Tentamen: MVE051/MSG810 Matematisk statistik och diskret matematik, MSG820 Statistik för fysiker.
Tid och plats: Torsdag em den 15 jan, 2015, V-huset.
Examinator: Marina Axelson-Fisk. Tentavakt: Ivar Simonsson, tel. 031-772 5377.
Tillåtna hjälpmedel: typgodkänd miniräknare, Beta formelsamlning.

****

Tentan är på totalt 30 poäng. Chalmersgränser: 12 p (3), 18 p (4), 24 p (5).
GU-gränser: 12 p (G), 21 p (VG).
Fullständiga och välmotiverad lösningar skall ges till varje uppgift.

1. För händelserna A och B gäller att $P(A) = 0.3$ och $P(B) = 0.5$.
   (a) Vad är sannolikheten $P(A \cap B)$ om A och B är disjunkta? (1p)
   (b) Vad är $P(A \cap B)$ om A och B är oberoende? (1p)
   (c) Vad är $P(A \cap B)$ om $P(A \cup B) = 0.2$? (1p)

2. Låt X vara binomialfördelad med väntevärde 5 och varians 4.
   (a) Bestäm fördelningens parametrar n och p. (2p)
   (b) Beräkna sannolikheten $P(X > 3)$. (2p)

3. Zlatan gör mål i ungefär 65% av matcherna och hans lag, PSG, vinner 84% av dessa matcher. PSG vinner 52% av matcherna där Zlatan inte gör mål. Så, om PSG har vunnit en given match, vad är sannolikheten att Zlatan gjorde mål i den matchen? (3p)

4. Låt X och Y vara oberoende och kontinuerligt likformigt fördelade på intervallet $[0, 1]$. Låt O vara omkretsen och A vara arean av en rektangel där X och Y utgör sidorna. Beräkna kovariansen $Cov(O, A)$. (3p)

5. Låt funktionen
$$f_{XY}(x, y) = \frac{x + 2y}{c} \quad \text{för} \quad 0 \leq x < y \leq 3$$
   vara den gemensamma täthetsfunktionen för två stokastiska variabler X och Y.
   (a) Beräkna konstanten c. (2p)
   (b) Beräkna $P(X > 2)$. (2p)

6. I en mörkare tidsålder tilläts bara män att läsa på universitet. Antag att på den tiden, om pappan gått på KTH så gick sonen på KTH med 70% sannolikhet, på CTH med 20% sannolikhet och på LTH med 10% sannolikhet. Söner till LTH-pappor gick till LTH med 40% sannolikhet, eller på KTH eller CTH med lika stor sannolikhet. Söner till CTH-pappor däremot gick alltid på CTH. Om vi för enkelhetens skull antar att varje pappa får exakt en son, givet att en pappa går på LTH, vad är förväntat antal generationer till första CTH-studenten? (4p)

   Ledning: $m_i = E[\#$ steg till absorption vid start i $i]$
$$m_i = \begin{cases} 0 & \text{om } i \text{ är absorberande} \\ 1 + \sum_k p_{ik} m_k & \text{annars} \end{cases}$$

Var god vänd!

7. Florida Game and Freshwater Fish Commission ville uppskatta vikten hos alligatorer. Men det är svårt att väga alligatorer medan dess längd kan uppskattas visuellt. Därför både mätte och vägde man 8 slumpmässigt utvalda alligatorer. Man fick följande data:

Alligator	1	2	3	4	5	6	7	8
X = Längd (m)	2.4	1.9	1.5	2.2	2.4	1.6	2.2	1.8
Y = Vikt (kg)	58	23	13	36	50	15	41	16

Datan kan sammanfattas som följer:

$$\sum x_i = 16, \qquad \sum x_i^2 = 32.86$$
$$\sum y_i = 252, \qquad \sum y_i^2 = 10020$$
$$\sum x_i y_i = 544.6, \qquad SSE = \sum (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 = 165.30$$

(a) Antag att alligatorers vikt är normalfördelad och gör ett 95% konfidensintervall för förväntad vikt. (3p)

(b) Ange den skattade regressionslinjen, där alltså vikten är den beroende variabeln, och uppskatta vikten för en 2.3 m lång alligator. (3p)

(c) Testa med ett ensidigt test om sambandet mellan vikt och längd är signifikant på signifikansnivå $\alpha = 0.01$. (3p)