

Föreläsning 2: Räknelagar för sannolikheter

Matematisk statistik

David Bolin
Chalmers University of Technology
Mars 26, 2015



Utfall och utfallsrum

slumpmässigt försök

Man brukar säga att ett slumpmässigt försök är ett försök som kan upprepas under väsentligen identiska förhållanden där utfallet av försöket inte exakt kan förutsägas i det enskilda fallet.

Utfall och utfallsrum

Resultatet av ett försök kallas för ett *utfall* ω , och mängden av alla möjliga utfall kallas för *utfallsrummet* Ω .

Händelser

Man kan också sätta samman olika utfall till *händelser*. En händelse A är en mängd av utfall, det vill säga en delmängd av utfallsrummet Ω .

Snitt, union och komplement

Låt A och B vara två händelser, vi definierar

Komplement, A^c

Mängden av alla utfall som inte finns i A . $A^c = \Omega \setminus A$.

Union, $A \cup B$

Mängden av alla utfall i A eller B .

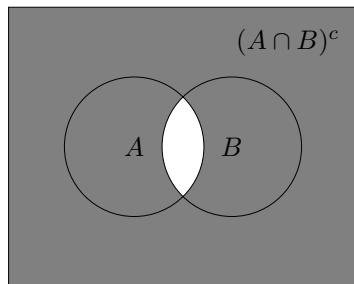
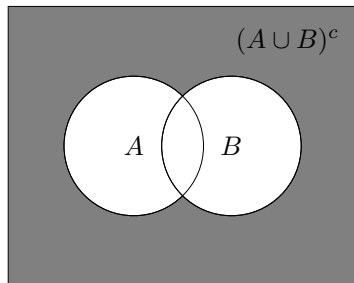
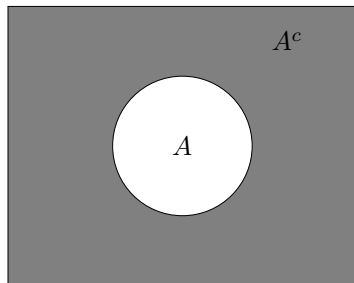
Snitt $A \cap B$

Mängden av alla utfall som finns i A och B .

Den tomma mängden $\emptyset$

Brukar kallas för en omöjlig händelse. Om $A \cap B = \emptyset$ så säger vi att A och B är oförenliga, disjunkta, eller utesluter varandra.

Venndiagram



Tolkning av sannolikhetsbegreppet

Den klassiska tolkningen

Antag att alla möjliga utfall är lika troliga. Sannolikheten för en händelse A definieras i detta fall som

$$P(A) = \frac{\text{antal sätt } A \text{ kan inträffa på}}{\text{Totalt antal möjliga utfall}}$$

Relativa frekvens-tolkningen

Antag att ett slumpmässigt försök kan upprepas under identiska förhållanden. När antalet försök, n , växer så konvergerar den relativa frekvensen, n_A/n för en händelse A mot ett tal som vi definierar som sannolikheten för A :

$$\frac{n_A}{n} \rightarrow P(A), \text{ när } n \rightarrow \infty$$

Permutationer

Det kan ofta vara lite besvärligt att beräkna det totala antalet möjliga utfall.

En vanligt förekommande situation är att vi behöver beräkna antalet permutationer av olika objekt.

Permutation

En specifik ordning av ett antal objekt

En annan vanlig situation är att vi behöver beräkna antalet kombinationer av olika objekt.

Kombination

Ett urval av ett antal objekt utan hänsyn till ordning

Att räkna antalet permutationer

Exempel (permutation)

Vid en modevisning deltar en designer med tre olika plagg. I hur många olika ordningsföljder kan plaggen visas upp under visningen?

Multiplikationsprincipen

Om det finns a sätt att utföra ett val och b sätt att utföra ett annat val så finns det ab sätt att utföra det kombinerade valet.

Fakultet

För $n \in \mathbb{N}$ definierar vi $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ där $0! = 1$. $n!$ utläses som "n-fakultet".

Att räkna antalet kombinationer

Exempel (kombination)

Det finns fyra olika modeller som kan visa upp plaggen. Hur många olika sätt kan vi välja ut tre av de fyra modellerna när ordningen inte spelar någon roll?

Sats

Antalet sätt vi kan plocka ut r av totalt n objekt, med hänsyn tagen till ordningen ges av

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Att räkna antalet kombinationer

Sats

Antalet sätt vi kan plocka ut r av totalt n objekt, utan hänsyn tagen till ordningen ges av

$${}_nC_r = \binom{n}{k} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- ${}_nC_r$ brukar kallas för en binomialkoefficient. Vi kommer återkomma till detta senare.
- Bevisa satsen genom att notera att ${}_nP_r = {}_nC_r r!$