**Tentamen i TMA321 Matematisk Statistik, Chalmers Tekniska Högskola.**

**Tid: Fredagen den 17 Januari 2014, 14.00-18.00.**

**Examinator: Olle Nerman, MV, Chalmers.**

**Jour: Alexey Lindo, telefon: 772 8294.**

**Hjälpmedel: Valfri räknare, egenhändigt handskriven formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medhörande tabeller.**

**Tentamen består av 8 frågor med sammanlagt 32 poäng.**

**Betygsgränser: För betyget ”3” fordras minst 15 poäng, för betyget ”4” minst 20 poäng och för betyget ”5” minst 25 poäng .**

1. Antag att är Bernouilli-fördelad med parameter **p=0.7** . a. Bestäm momentgenererande funktionen för **X** . . (1p)

b. Bestäm momentgenererande funktionen för **Y=3-4X** . (1p)

c. Bestäm väntevärdet och variansen för **Y** definierad som i b-delen? (2p)

1. Antag att **X** är Normalfördelad med Väntevärdet **4** och Variansen **9.** Vad är
2. Sannolikheten att **X** antar ett positivt värde, **P(X>0)**? (1p)
3. Sannolikheten **P(X-4>3)**? (1p

1. Sannolikheten **P(X>5)**? (2p)



1. I en Poissonprocess **{N(t), t≥0}** med intensiteten **c** händelsetidpunkter/minut (=pulser/minut) så observerar du att det under **20** minuter inträffar **N(20)=154** händelsetidpunkter (=pulser).

a. Beräkna en observerad Maximum Likelihood-skattning av **c**. (2p)

b. Använd centrala gränsvärdessatsen på lämpligt sätt för att bilda att approximativt symmetriskt observerat konfidensintervall för **c** med konfidensgrad **95%** . (2p)

1. Låt **Y** vara maximum av **3** oberoende likformigt fördelade (rektangulärt fördelade) stokastiska variabler på intervallet **[0,10]**.
2. Bestäm fördelningsfunktionen och sannolikhetstätheten för **Y**. (2p)
3. Bestäm väntevärdet för **Y**. (2p)
4. Vid observation av **15** oberoende stokastiska variabler **X1,X2,… ..,X15** från en och samma exponentialfördelning, blev aritmetiska medelvärdet **2.7** . Skatta på lämpligt sätt:
5. intensitetsparametern **λ i** exponentialfördelningen . (1p)
6. väntevärdet i exponentialfördelningen. (1p)
7. medianen i exponentialfördelningen. (1p)
8. sannolikheten för ett värde under **2** i exponentialfördelningen, **P(Xi < 2)** . (1p)

*VÄND!*

1. I ett normalfördelningsstickprov med **15** observationer har någon beräknat stickprovsmedelvärdet och stickprovsstandardavvikelsen till **10.25** och **0.37**.
	1. Du ombeds att förvandla informationen till ett symmetriskt konfidensintervall för det bakomliggande väntevärdet **µ** för de enskilda observationerna med konfidensgraden **99%**. Vad blir resultatet? (2p)
	2. Du ombeds istället att pröva nollhypotesen **H0**: väntevärdet**=10** med signifikansnivån **5%** mot den alternativa hypotesen **H1**: väntevärdet **> 10**. Vad blir då din slutsats? (2p)
2. I en enkel linjär regression med svarsvariabler **y** och inställningsvariabler **x** blev summan av de **n=10** beroende **y**-variablerna **10,3** och medelvärdet av **x**-variablerna blev **0.42**. Skattningen av riktningskoeffecieten för regressionslinjen **β** blev **0.32**.
3. Beräkna en punktskattning av väntevärdet (av **Y**-variabeln) vid **x**-inställningen **2**. (2p**)**
4. Antag att stadardavvikelserna **σ** i den linjära regressionsmodellen för **Y-**variablerna i regressionsmodellen är kända och lika med **2,** att residualerna (=felen) är oberoende och normalfördelade, och att den (på vanligt enstickprovs-vis) beräknade ”stickprovsvariansen”förde deterministiska **x-**variablerna är **6.3.** Vilken fördelning har då den teoretiska punktskattningen av **β?** (1p)
5. Använd resultatet i b för att beräkna ett observerat konfidensintervall för riktningskoefficienten **β** med konfidensgraden **95%.** (1p)
6. Tre händelser **A, B och C** har sannolikheter som alla är större än **0.7 .**
7. Visa att detta gör att sannolikheten för att alla händelserna inträffar samtidigt, **P(ABC), inte** kan vara **= 0 .** (2p)

1. Den betingade sannolikheten **P(A|B)** måste vara minst **4/7**. (2p)