

Tentamen i TMA321 Matematisk Statistik, Chalmers Tekniska Högskola.

Hjälpmedel: Valfri räknare, egenhändigt handskriven formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medhörande tabeller.

Fredagen den 24 Augusti 2012, Eftermiddag 14.00-18.00.

Examinator och Jour: Olle Nerman, tel. 7723565, rum 3056, MV, Chalmers.

Tentamen består av 8 frågor med sammanlagt 32 poäng+ eventuella bonuspoäng från dina två inlämningsuppgifter.

Betygsgränser: För betyget "3" fordras minst 15 poäng, för betyget "4" minst 20 poäng och för betyget "5" minst 25 poäng .

1. Du kastar två vanliga sex-sidiga tärningar en gång.
 - a. Vad är sannolikheten att poängtalerna på de båda tärningarna är lika? (1p)
 - b. Vad är den betingade sannolikheten att de båda poängtalerna är lika givet att summan av poängtalerna är **10**? (1p)
 - c. Låt **Y** vara definierad som absolutbeloppet av skillnaden av de två poängtalerna. Vad är då utfallsrummet för **Y**? (1p)
 - d. Bestäm väntevärdet för **Y** definierad i c-uppgiften. (1p)
2. Antag att X är Bernoulli-fördelad med parameter **$p=0.3$** .
 - a. Bestäm momentgenererande funktionen för X . (2p)
 - b. Om $X_1, X_2, \dots, X_n$ är oberoende stokastiska variabler med samma fördelning som X , vilken momentgenererande funktion får då $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$? (2p)
 - c. Beräkna variansen för Y definierad som i b-delen med hjälp av momentgenererande funktionen för X . (2p)
3. Äpplen som slumpmässigt väljs från ett stort importerat parti väger i genomsnitt (väntevärdet) **150** gram, och vikten varierar enligt en fördelning med en standardavvikelse som är **30** gram.
 - a. Du antar (approximerar med) att successivt valda äpplen har en vikt som är oberoende av varandra och följer en fördelning med dessa parametrar. Du väljer nu **33** äpplen. Vad är (approximativt) sannolikheten att dessa tillsammans väger minst **5 Kg**? (2p)
 - b. Hur många äpplen behöver du minst ta för att sannolikheten för att de tillsammans skall väga minst **5 Kg**, skall vara större än **0.95**? (approximera på lämpligt sätt) (2p)
4. I ett normalfördelningsstickprov med **10** observationer har någon beräknat stickprovsmedelvärdet och stickprovsstandardavvikelsen till **16.35** och **0.47**.
 - a. Du ombeds att förvandla informationen till ett konfidensintervall för det bakomliggande väntevärdet μ för de enskilda observationerna med konfidensgraden **99%**. (2p)

- b. Du ombeds testa hypotesen H_0 : väntevärdet=15 med signifikansnivån 5% mot Hypotesen H_1 : väntevärdet > 15. Vad blir din slutsats? (2p)
5. Du observerar en Poissonprocess under 10 timmar till $x(10)=58$ händelsetidpunkter i processen under observationstiden.
- Bestäm en observerad Maximum Likelihood - punktskattning av intensiteten λ (uttryckt i pulser per timme) i Poissonprocessen baserad på $x(10)$. (2p)
 - Vad är teoretiska standardfelet i skattningen ovan? (1p)
 - Vad blir en lämplig observerad punktskattning av det teoretiska standardfelet i b-uppgiften ut? (1p)
6. Redogör för hypotesprövningsbegreppen:
- Nollhypotes. (1p)
 - Mothypotes. (1p)
 - p-värde. (1p)
7. Låt Y vara maximum av 10 oberoende likformigt fördelade stokastiska variabler på intervallet $[0,5]$.
- Bestäm fördelningsfunktionen och sannolikhetstätheten för Y . (3p)
 - Bestäm väntevärdet för Y . (2p)
8. I en standard linjär regressionsmodell med inställningsvariabler x och svarsvariabler Y beror variansen av skattade linjens läge i en fix punkt, säg punkten x_0 , på aritmetiska medelvärdet och "stickprovs"-variansen hos x -variablerna.
- Hur ser beroendet av dessa ut? (1p)
 - Om du vill ha hög precision i skattningen av linjens läge i punkten $x_0=10$, hur skall du då välja dina x -inställningar i försöket. Diskutera. (2p)
 - Vad kan det finnas för praktiska risker med att sprida isär x -inställningarna väldigt mycket? (1p)