

- 1 a) SUMMAN 8 FÅS FÖR UTFALLEN $\{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\} \Rightarrow$
ANTALET GYNNSAMMA UTFALL = 5, TOTALA ANTAL UTFALL = 36 SÅ
DÄRFÖR ÄR SÖKT SANNOLIKHET = $5/36$
- b) MINST SUMMAN 8 FÅS PÅ 15 OLIKA SÄTT $((5+4+3+2+1)=15) \Rightarrow$
SÖKT SANNOLIKHET = $15/36$
- c) PRODUKTEN 12 FÅS PÅ 4 OLIKA SÄTT $((2,6), (6,2), (3,4), (4,3))$
 $\Rightarrow$ SÖKT SANNOLIKHET = $4/36 = 1/9$
- d) VÄNDEVÄRDE VID KAST AV EN TÄRNING = $3,5 (= \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6))$
VARIANS VID KAST AV EN TÄRNING =
 $\frac{1}{6}(1^2+2^2+\dots+6^2) - 3,5^2 = \frac{35}{12} \Rightarrow$ TILLSAMMAN
MED OBERÖRDET ATT $E[\text{SUMMAN}] = 3,5 + 3,5 = 7$ OCH
VARIANSEN FÖR SUMMAN = $\frac{35}{12} + \frac{35}{12} = \frac{35}{6}$

- 2 a) P.G.A SYMMETRI $P(D) = P(E) = 1/2$, I TÅ FALL AV 6
INDRÄFFAR DNE SÅ ATT $P(D \cap E) = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(D)P(E)$
 $\therefore$ DOCH E ÄR INTE OBERÖRDE

b) $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B) \underset{\text{OBER.}}{=} P(A) - P(A)P(B)$ OCH

$$P((A \setminus B) \cap C) = P((A \cap C) \setminus (B \cap C)) = P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

$$\underset{\text{OBER.}}{=} P(A) \cdot P(C) - P(A)P(B)P(C) = (P(A) - P(A)P(B)) \cdot P(C) = P(A \setminus B)P(C)$$

- c) $\text{KOV}[X, Y] = \text{KOV}[X, Z - \bar{X}] = \text{KOV}[X, Z] - \text{KOV}[X, X] =$
 $0 - \text{VAR}[X]$ EFTERSOM $\text{KOV}[X, Z] = 0$, PÅ X OCH Z OBER.
 $\Rightarrow$ ATT OM $\text{VAR}[X] > 0$ SÅ ÄR X OCH Y INTE OBER.

- 3 $X = \text{AXELDIAM.} \sim N(15, 0,0012^2)$ OCH $Y \sim N(14,995, 0,0007^2)$
(DÄR $Y = \text{KULLAGERDIAM.}$) OBERÖRDE $\Rightarrow Y - X \sim N(-0,005, 0,0007^2 + 0,0012^2)$

$$P(0 \leq Y - X \leq 0,020) = \Phi\left(\frac{0,020 + 0,005}{\sqrt{0,0012^2 + 0,0007^2}}\right) - \Phi\left(\frac{0 + 0,005}{\sqrt{0,0012^2 + 0,0007^2}}\right)$$

$\approx 1 - \Phi(3,59)$ UTANFÖR TABELL! $\approx 0,1\%$ DVS. PRÄCISER
TABELT = 0. (VID VÄNDNING AV DIAMETER-VÄNDEVÄRDEN
SÅ FÅS $\approx 1 - \Phi(3,19) \approx 0,9979$)

4. LÄT X_i VARA EFTERFRÅGAD ODLINGSAREAL AV STUDENT i .
DÅ BLIR

$$P(X_i = 0) = 0,85$$

$$P(X_i = 100) = 0,15 \cdot 0,73 = 0,1095$$

$$P(X_i = 150) = 0,15 \cdot 0,15 = 0,0225$$

$$P(X_i = 200) = 0,15 \cdot 0,12 = 0,018$$

HÄRAV FÖLJER ATT

$$E[X_i] = 0 \cdot 0,85 + 100 \cdot 0,1095 + 150 \cdot 0,0225 + 200 \cdot 0,018 = 17,925$$

$$VAR(X_i) = E[X_i^2] - E[X_i]^2 \approx 44,7^2, \text{ TY } E[X_i^2] = 100^2 \cdot 0,1095 + 150^2 \cdot 0,0225 + 200^2 \cdot 0,018 \approx$$

a) $\sum_{i=1}^{100} X_i \approx N(1792,5; 447^2)$ PÅ GRUND AV C.G.R.V. SATSEN.

VI SKALL VÄLJA AREAL a SÅ ATT

$$P\left(\sum_{i=1}^{100} X_i \leq a\right) \approx 0,99 \Rightarrow \Phi\left(\frac{a - 1792,5}{447}\right) = 0,99$$

$$\Rightarrow a = 1792,5 + 2,33 \cdot 447 \approx 2834 \quad (2850)$$

b) 1) VI ÄR I EN SVANS PÅ FÖRDELNINGEN OCH DEN ÄR SKEV FRÅN BÖVJAN...

2) OBERÖENDEANTAGANDET KAN GÅ OPTIMERAT EFTEROM STUDENTERNA KAN JUKE BESTÄMMER SÅ SAMMAN...

3) DET KAN GÅ OSÄKERHET I SÄTINOLIKHETSKRÄVNINGARNA SOM VI UTGÅR FRÅN SOM VI INTE BRYR OSS OM.

5. a) $\hat{\alpha} = \bar{y} - \bar{x} \cdot \hat{\beta} = 15,3 - 0,22 \cdot 0,22 = 15,2206$

b) $\hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot 3,5 = 15,2206 + 0,22 \cdot 3,5 = 15,9906$

6. a) $X \sim \text{BINOMIALF.}(1500, p)$, DÄR $H_0: p = \frac{1}{37}$ NATURLIG NOLLHYPOTES (EV.: $p \leq \frac{1}{37}$ KAN ANVÄNDAS SOM H_0)

b) $X \approx N\left(\frac{1500}{37}, \frac{1500}{37} \cdot \frac{36}{37}\right)$ UNDER H_0

c) MAN BÖR FÖRKASTA H_0 FÖR STÖRA VÄRDEN, PÅ X EFTEROM MISSSTÄMMA FUSKET "SVARAR MOT" SÅDANA,

d) $P(X \geq c | H_0) \approx 0,01 \Rightarrow c = \frac{1500}{37} + 2,33 \sqrt{\frac{1500}{37} \cdot \frac{36}{37}} \approx 40,54$

ALLTÅ SKALL VI FÖRKASTA FÖR $X \geq 41$

7. FÖRVÄNTAD LÄNGDOKVADRAT PÅ E-INTERVALL = $\frac{22 \cdot 6^2 \cdot 2,262^2}{10}$
LÄNGD PÅ NORMALF. Baserat Intervall
= $\frac{22 \cdot 6^2 \cdot 1,96^2}{10}$ $\therefore$ SVAR $\frac{2,262^2}{1,96^2} \approx 1,332$

8. OM X_i BEREKNAR UTFALLET 0, 1 ELLER 2 OCH $Y_0 =$ ANTALET X_i MED UTFALLET 0, Y_1 ANTALET $X_i = 1$ OCH $Y_2 =$ ANTALET $X_i = 2$ SÅ

a) $L(p) = ((1-p)^2)^{Y_0} (2p(1-p))^{Y_1} (p^2)^{Y_2}$

b) $\frac{d \ln L(p)}{dp} = 0 \Rightarrow \hat{p} = \frac{Y_1 + 2Y_2}{400}$

c) $\frac{63 + 2 \cdot 36}{400} \approx 0,375$

d) JA, TY $E(\hat{p}) = (200 \cdot 2 \cdot p(1-p) + 200 \cdot 2p^2) / 400 = p$