

- 1 a, ML-SKATTNING $1/\bar{x}$. OBSERVERAT = $1/3,8 \approx 0,263$
 b. " " $\bar{x}$. OBSERVERAT 3,8
 c. " " $\ln 2 \bar{x}$ (TY $E[X_i] = \frac{1}{\lambda}$ OCH MEDIANEN = $\frac{\ln 2}{\lambda}$).
 OBSERVERAT = $(\ln 2) \cdot 3,8$
 d. $P(X_i \leq 2) = F_{X_i}(2) = 1 - e^{-\lambda 2}$, SKATTNING $1 - e^{-\frac{2}{3,8}}$
 e. TEORETISK STANDARDFEL $\sqrt{\text{VAR}[\bar{x}]} = \sqrt{\frac{\text{VAR}[X_i]}{25}} = \sqrt{\frac{1}{25\lambda^2}} = \frac{1}{5\lambda}$.
 SKATTNING = $\bar{x}/5$. FÖRUTS. $E[\bar{x}] = \frac{1}{\lambda}$, DVS.
 ATT $\bar{x}$ ÄR KVR. SVAR: $3,8/5 \approx 0,76$

2. a. SEX FALL $(1,2,2), (2,1,2), (2,2,1), (3,1,1), (1,3,1), (1,1,3)$
 AV $6^3 \Rightarrow 6/6^3 = \frac{1}{36} \approx 0,0278$
 b. $1 - P(\text{SUMMAN HÖGST 4}) = 1 - \frac{1}{6^3} - \frac{3}{6^3} = 1 - \frac{4}{6^3} \approx 0,985$.
 HÄR ÄR $\frac{1}{6^3} = P(\text{SUMMAN} = 3)$ OCH $\frac{3}{6^3} = P(\text{SUMMAN} = 4)$.
 c. SEX FALL $(2,2,1), (2,2,2), (1,2,2), (4,1,1), (1,4,1), (1,1,4)$
 $\Rightarrow \frac{6}{6^3} = \frac{1}{36} \approx 0,0278$

3. a. RÄKNAT UTAN HÄNSYN TILL BILDANNS "ORDNING" GENOM
 LIKFÖRMÄTHET ÖVER DELMÄNGDER AV BEKÄNDA PLATSENA
 ANTALET MÖJLIGA FALL = $\binom{12}{4}$ SVAR: $\binom{10}{4} / \binom{12}{4} = \frac{14}{33}$
 ANTALET GYNNSAMMA FALL = $\binom{10}{4}$ $\approx 0,424$
 b. ANTALET MÖJLIGA = $\binom{2}{2} \cdot \binom{10}{2}$ SVAR: $\binom{10}{2} / \binom{12}{2} = \frac{1}{11}$
 $\approx 0,091$
 c. ANTALET MÖJLIGA = $\binom{1}{1} \cdot \binom{1}{6} \cdot \binom{10}{3}$ SVAR: $\binom{10}{3} / \binom{12}{4} = \frac{8}{33}$
 $\approx 0,242$

4. OM X = KOSTNADEN FÖR 300 REP. $\Rightarrow X \approx N(300 \cdot 350, 300 \cdot 100^2)$
 (PÅ GRUND AV CENTRALA GRÄNSVÄRDESSATSEN)
 $\therefore P(X \leq 109.000) \approx \Phi\left(\frac{109.000 - 105.000}{\sqrt{300 \cdot 100^2}}\right) = \Phi\left(\frac{4}{15}\right) \approx \Phi(2,31) \approx 0,989$

5. a. OM $\hat{\theta}$ ANTES VPPSKATTAR θ SÅ ÄR $\hat{\theta}$ VÄNDETVÄRDESRIKTIG OM
 $E[\hat{\theta}] = \theta$ ($E_{\theta}[\hat{\theta}] = \theta(\theta)$ FÖR ALLA MÖJLIGA MODELLPARAMETER θ).
 b. OM $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ KONFIDENSINTERVALL FÖR EN REELL PARAMETER θ
 SÅ ÄR KONFIDENSGRADEN
 $\alpha = \inf_{\theta} P_{\theta}(\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}])$ (OCH OM DENNA SAMVOLIKHET JÄMFÖR
 VÄRDESKAN MED DET VERKLIGA θ SÅ ÄR $\alpha = P(\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}])$)
 c. SYMMETRISKT FALL MED BETECKNINGAR SOM I a):
 $L(\theta) = E[\hat{\theta}(\theta)] - \theta(\theta)$

6. a. t-INTERVAL MEN $n=10$. FREIHEITSGRAD $= n-1 = 9$

$$\mu = \bar{x} \pm 3,25 \frac{s}{\sqrt{10}} \quad (99\%) \quad \text{HÄK ÄN } F_{t(9)}(2,25) = 0,995$$

OBSERVAT INTERVAL

$$\mu = 15,35 \pm 3,25 \frac{0,47}{\sqrt{10}} \quad (99\%) \quad \mu = 15,35 \pm 0,483 \quad (99\%)$$

b. FÖRKASTA OM $T = \frac{\bar{x} - 15}{s/\sqrt{10}} \geq 1,833$ (ENSIDIGT t-TEST), OBSERVERAD TESTSTATISTIK

$$t = \frac{15,35 - 15}{0,47/\sqrt{10}} = 2,35 > 1,833 \quad \text{HÄK ÄN } F_{t(9)}(1,833) = 0,9$$

∴ FÖRKASTA NOLLHYPOTHESEN (= "VI HAR FÄRRE MOT-HYPOTHESEN")

7. a. $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = 1,53 - 0,22 \cdot 0,32 \approx 1,4596$

b. $\alpha + \beta \cdot 2 \approx \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot 2 = 1,53 - 0,22 \cdot 0,32 + 0,22 \cdot 2 \approx 1,8996$

c. $\hat{\beta} \approx N\left(\beta; \sigma^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\right)$, MEN $\sigma^2 = 4$ OCH
 $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 9 \cdot s_x^2 = 9 \cdot 6,13 \Rightarrow \hat{\beta} \approx N(\beta; 4/9,613)$

d. $\beta = \hat{\beta} \pm 1,96 \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (95\%)$

OBSERVAT INTERVAL

$$\beta = 0,22 \pm \underbrace{1,96 \left(\frac{2}{3\sqrt{6,13}} \right)}_{\approx 0,52} \quad (95\%)$$

8. a. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

b. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \geq \frac{P(A) + P(B) - 1}{P(B)} = 1 - \frac{(1 - P(A))}{P(B)}$

(MEN $P(B) > 0$, P.V.S. MEN V.L. ÄR DEFINIERAT)