

TMS056 Matematisk statistik V2, 7.5 hp, 10 jan 2009 em V

Anvisningar

Tentamen består av en teoridel med 3 uppgifter och en problemdel med 5 uppgifter. Teoriuppgifterna ska besvaras först. Inga hjälpmedel är tillåtna på denna del. På problemdelen är räknedosa inkl manual, Beta och någon av de läroböcker i matematisk statistik som används på Chalmers tillåtna hjälpmedel. Det är också tillåtet att använda Tommy Norbergs Formler och tabeller till matematisk statistik på universitet och tekniska högskolor, som kan laddas ner från Norbergs hemsida, samt de fyra häftena Introduktion till stokastisk simulering, Bayesiansk uppdatering av sannolikhetsskattningar, Poissonprocessen och extrema laster samt Riskkostnader, kostnads-nyttokalkyler och värdet av information (eller Något om riskkostnader). Det är tillåtet med anteckningar i rimlig omfattning i läroboken och i nedladdade häften. Inga andra anteckningar är tillåtna.

Teoridelen skall lämnas in innan några hjälpmedel får tas fram.

Examinator är Tommy Norberg, tel. 772 3528, 0730 79 42 09.

Assistent är Anna Rudvik, tel. 772 5374.

Anna (eller Tommy) går att nås per telefon under tentamen.

Svar till vissa uppgifter publiceras på webben. Se kursens hemsida.

Tänk på att det normalt inte räcker att ge korrekt svar. Svar måste, såvida ej annat sägs i uppgiften, även vara korrekt motiverade.

För betyget 3 krävs normalt 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p. Bonuspoäng från läsårets inlämningsuppgifter sänker gränser i motsvarande grad.

— Teoridel —

1. Man gör n oberoende upprepningar av ett slumpmässigt försök, i vilket sannolikheten att det lyckas är p . Låt X vara antalet lyckade försök. Bestäm X 's massfunktion. (3 p)
2. Du är intresserad av sannolikheten θ att händelsen F inträffar i ett visst slumpmässigt försök. Initialt har du ingen kunskap om θ . (a) Föreslå prioritet. Du observerar att händelsen F inträffar 3 gånger i 8 oberoende upprepningar av försöket. (b) Beräkna posterioritet. (c) För vilket värde på θ är denna maximal? (4 p)
3. Svara på följande frågor. Motivera inte dina svar.
 - (a) Testet av nollhypotesen $H_0 : \mu \leq 0$ mot alternativet $H_1 : \mu > 0$ förkastade på nivån 5%, men ej på nivån 1%. Vad kan du säga om P -värdet? (1 p)
 - (b) Konfidensintervallet $\mu = 1.23 \pm 1.33$ har konfidensen 95%. Vad kan du säga om hypotesen $\mu = 0$? (1 p)
 - (c) Olyckor sker enligt en Poissonprocess och i snitt ca 1 på 100 dygn. Betrakta en 2 dygn lång tidsperiod. Beräkna sannolikheten för 0 olyckor under det första och minst 1 olycka under det andra dygnet. (För små x är $e^{-x} \approx 1 - x$.) (2 p)

— Problemdel —

4. Ungefär en individ av 100 000 är infekterad av ett visst ovanligt virus. Man har utvecklat ett enkelt test för att avgöra om en individ har infektionen eller ej. En nackdel med testet är att både falsklarm och missade detektioner förekommer. Man bedömer att falsklarmsrisken tyvärr är hela 20%. Risken att missa en infekterad individ är emellertid liten, ca 2%. Antag nu att en slumpmässigt utvald individ har blivit testad och att testet inte indikerar infektion. Ungefär hur stor är sannolikheten att individen är infekterad? (4 p)

5. Låt $X \sim U(0, 1)$, tag $\lambda > 0$ och definiera $T = -\frac{1}{\lambda} \ln X$. Vilken fördelning har T ? (Svaret behöver ej motiveras.) (3 p)
6. Man ville undersöka om en viss typ av åtgärd reducerar biltrafiken i bostadsområden och valde därför ut 5 områden som bedömdes lämpliga. Man mätte trafikintensiteten före införandet och ett tag efter införandet av åtgärden. Därvid erhöles

Före	87.7	125.0	131.7	121.8	127.3
Efter	82.2	114.5	110.9	123.5	121.8
Förändring	5.5	10.5	20.8	-1.7	5.5

- (enhet: antal fordon per tidsenhet). Som du ser minskade trafiken i fyra av de fem testområdena, och i det femte var ökningen marginell, så åtgärden förefaller ju vara bra. (a) Men är det en signifikant förbättring av medelnivån? Antag normalfördelade observationer och välj nivån 5%. (b) Hur stor är $P(Y \geq 4)$ om $Y \sim \text{bin}(5, 0.5)$? (4 p)
7. Man testade 5 stålbalkar av en viss kvalitet och erhöill skattningen 18.42 av variansen. (a) Beräkna ett uppåt begränsat konfidensintervall för variansen σ^2 . Konfidensgraden ska vara 95%. Man bedömde att detta värde var för högt och införde därför åtgärder i produktionen med syfte att minska variationen. Efter åtgärdenas införande testades 10 balkar. Därvid erhöles variansen 6.59. (b) Med vilken säkerhet går det att påstå att variansen har blivit mindre? Antag normalfördelade observationer. (4 p)
8. I en s.k POT-studie av vattenflödet i en å fann man att flödet x i genomsnitt översteg den kritiska nivån $x_T = 10$ ca 1 gång per 3 år. (a) Ungefär hur många överskridanden av den kritiska nivån kan man räkna med sker under de närmaste 10 åren? Storleken $y = x - x_T$ av överskridandena antas följa en s.k generaliserad Paretofördelning, vars fördelningsfunktion är

$$F_{\xi, \sigma}(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\sigma}\right)^{-1/\xi}$$

ML-skattningarna av parametrarna ξ och σ var $\hat{\xi} = 0.5$ resp $\hat{\sigma} = 4.5$. (b) Beräkna skattningen av den nivå x_{10} som flödet i genomsnitt överstiger 1 gång på 10 år. (4 p)

Lycka till med lösandet uppgifterna!

Svar till vissa uppgifter den 10/1-09

2. $\theta \sim \text{beta}(1, 1)$; $\theta|n = 8, x = 3 \sim \text{beta}(4, 6)$; $\hat{\theta} = 3/8$
3. (a) P -värdet är mindre än 0.05, men ej mindre än 0.01
(b) Man kan ej påstå med risken $\leq 5\%$ att $\mu \neq 0$. Man kan inte heller hävda att $\mu = 0$
(c) Med räknehjälpen fås $99 \cdot 10^{-4} \approx 0.01$
4. 1 på $4 \cdot 10^6$ eller $2.5 \cdot 10^{-7}$
6. (a) Undre gräns i ett ensidigt 95% konfidensintervall är 0.19, så med 5% risk att ha fel går det att påstå att åtgärden i medel reducerar trafiken. (b) 0.1875
7. $\sigma^2 \leq 103.6$ (95%); 10%
8. (a) ca $10/3 \approx 3.3$ så klart, men varför?
(b) $x_{10} \approx 17.43$

TMS056 Matematisk statistik V2, 7.5 p, 20 aug 2008 em V

Anvisningar

Tentamen består av en teoridel med 3 uppgifter och en problemdel med 5 uppgifter. Teoriuppgifterna ska besvaras först. Inga hjälpmedel är tillåtna på denna del. På problemdelen är räknedosa inkl manual, Beta och någon av de läroböcker i matematisk statistik som används på Chalmers tillåtna hjälpmedel. Det är också tillåtet att använda Tommy Norbergs Formler och tabeller till matematisk statistik på universitet och tekniska högskolor, som kan laddas ner från Norbergs hemsida, samt de fyra häftena Introduktion till stokastisk simulering, Bayesiansk uppdatering av sannolikhetsskattningar, Poissonprocessen och extrema laster samt Riskkostnader, kostnads-nyttokalkyler och värdet av information (eller Något om riskkostnader). Det är tillåtet med anteckningar i rimlig omfattning i läroboken och i nedladdade häften. Inga andra anteckningar är tillåtna.

Teoridelen skall lämnas in innan några hjälpmedel får tas fram.

Kom ihåg att att alla svar skall motiveras såvida ej annat sägs. Ställ upp modell när det behövs och ange de för uträkningarna nödvändiga förutsättningarna. Skriv förståeligt (tydligt) och använd i ämnet etablerade beteckningar. Poäng dras i lösningar där detta ej är tillgodosett.

För betyget 3 krävs normalt 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p. Ev bonuspoäng från inlämningsuppgifterna sänker gränser i motsvarande grad.

Examinator är Tommy Norberg, tel. 772 3528, 0730 79 42 09.

Assistent är Anna Rudvik, tel. 772 5374.

Anna (eller Tommy) går att nås per telefon under tentamen.

Lösningar eller svar till uppgifterna publiceras på webben. Se kursens hemsida.

— Teoridel —

- (a) Du kastar en tärning 4 gånger. Hur stor är sannolikheten för exakt en sexa? (1 p)
(b) Du kastar en tärning tills dess att du får en sexa. Hur stor är sannolikheten att du får den i ditt 4:e kast? (1 p)

I båda deluppgifterna behöver du göra rimliga antaganden för att kunna räkna fram en lösning. Ange dessa. (2 p)

- Under 6 på varandra följande dygn uppmättes $0 + 2 + 0 + 0 + 1 + 0 = 3$ trafikolyckor med dödlig utgång i en region någonstans i Europa. Härled ett uttryck för ML-skattningen av olycksintensiteten och beräkna observerat värde. Tidsenhet: dygn. Kan du inte ML-skatta olycksintensiteten, så försök ändå att beräkna en skattning. (3+1 p)
- I en undersökning av en förorenad tomt ville man bedöma hur stor andel av tomten är förorenad. Kalla denna andel för θ . Efter diskussioner med bl.a lokal expertis och historiska studier enades man om att välja $\text{beta}(3, 2)$ -tätheten som a priori-täthet. Hur stor är ML-skattningen av θ m.a.p a priori-tätheten? Därefter gjordes 7 mätningar i slumpmässigt utvalda positioner på tomten. I 4 av dessa fann man föroreningar. Bestäm ML-skattningen av θ m.a.p a posterioritätheten. (4 p)

— Problemdel —

- Göteborgs vattenförsörjning består mycket förenklat av ett råvattensystem A , två reningsverk B_1, B_2 som arbetar oberoende av varandra och ett distributionssystem C . Hela dricksvattenförsörjningen fungerar om råvatten finns tillgängligt (sannolikheten för detta är 0.98) och minst ett av reningsverken fungerar (sannolikheten att B_1 fungerar är 0.96, sannolikheten att B_2 fungerar är 0.98) och distributionssystemet är intakt (sannolikheten för detta är 0.90). Hur stor är sannolikheten att hela dricksvattenförsörjningen fungerar? (3 p)

5. Du singlar ett symmetriskt mynt 100 gånger. Ungefär hur stor är sannolikheten för minst 40 och mest 60 klave? (3 p)
6. Två dagar inför ett val gjordes en avslutande partisympatiundersökning. Man tillfrågade 1396 slumpmässigt utvalda väljare. Av dessa svarade 52.7% att de avser rösta på koalition A. Man glädde sig i de partier som utgjorde koalitionen och menade att valutgången var säkrad. Man skulle få absolut majoritet (ett parti eller koalition av partier har absolut majoritet om de har fler än 50% av mandaten) i parlamentet. Var den slutsatsen verkligen korrekt? Beräkna LCL95 och LCL99 och bedöm hur stor risken är att koalitionen ej får absolut majoritet. (4 p)
7. Man jämförde en ny betongkvalitet med en standardkvalitet m.a.p någon väldefinierad egenskap. Därvid erhöles för den nya kvaliteten

0.58 1.07 1.10 0.48 2.18 0.19 2.14

- ($\sum x = 7.74$ och $\sum x^2 = 12.2898$, $n = 7$). För standardkvaliteten hade man tidigare gjort $n = 10$ mätningar och då erhållit medelvärde $\bar{x} = 0.83$ och standardavvikelsen $s = 1.239$. Gör ett symmetriskt 99% konfidensintervall för differensen av populationsmedelvärdena för de två kvaliteterna. (4 p)
8. I en historisk analys av höga havsvattennivåer skattades intensiteten av tillfällen då nivån översteg den kritiska nivån 2.2 meter till ca 0.12 gånger/vecka. Man gjorde även en s.k POT-analys av de högsta nivåerna. Därvid anpassades dessa till en Pareto-fördelning med täthet

$$f(x) = \frac{\alpha}{u} \left(\frac{u}{x}\right)^{\alpha+1} \quad \text{för } x > u = 2.2$$

Man erhöles skattningen $\hat{\alpha} = 4.6$. Skatta den nivå som havsvattnet i snitt minst kommer upp till en gång per år. (4 p)

Lycka till med lösandet av uppgifterna!

Svar till mat stat V2 den 20/8-08

1. Villkoren är att tärningen är symmetrisk och att kasten kan ses som oberoende försök. Svaret på frågan i (a) är 125/324. Svaret på frågan i (b) är 125/1296.
2. ML-skattningen är $\hat{\lambda} = \bar{x} = 0.5$.
3. $\hat{\theta} = \frac{2}{3} \approx 0.67$ och $\hat{\theta} = \frac{6}{10} = 0.60$
4. Sannolikheten att hela vattenförsörjningen fungerar är 0.881
5. Ca 95%
6. LCL95 = 50.5%, LCL99 = 49.6%. Risken att koalitionen ej får absolut majoritet är mindre än 5%, men större än 1%.
7. $\mu_1 - \mu_2 = 0.28 \pm 1.47$ eller $\mu_1 - \mu_2 \in (-1.19, 1.74)$ (några delresultat: $n_1 = 10, \bar{x}_1 = 0.83, s_1 = 1.239 \Rightarrow se_1 = 0.3918$; $n_2 = 7, \bar{x}_2 = 1.11, s_2 = 0.7886 \Rightarrow se_2 = 0.2998$; $df = 14.93$ avrundas till $\nu = 14$ och $t_{0.005}(14) = 2.977$)
8. $\hat{x}_{52} = 3.28m$ (lös ut x_{52} ur $\lambda P(X > x_{52}) = \frac{1}{52}$, $P(X > x)$ hittar du i formelsamlingen, sätt in skattade värden)

TMS056 Matematisk statistik V2, 7.5 p, 29 maj 2008 fm V

Anvisningar

Tentamen består av en teoridel med 3 uppgifter och en problemdel med 5 uppgifter. Teoriuppgifterna ska besvaras först. Inga hjälpmedel är tillåtna på denna del. På problemdelen är räknedosa inkl manual, Beta och någon av de läroböcker i matematisk statistik som används på Chalmers tillåtna hjälpmedel. Det är också tillåtet att använda Tommy Norbergs Formler och tabeller till matematisk statistik på universitet och tekniska högskolor, som kan laddas ner från Norbergs hemsida, samt de fyra häftena Introduktion till stokastisk simulering, Bayesiansk uppdatering av sannolikhetsskattningar, Poissonprocessen och extrema laster samt Riskkostnader, kostnads-nyttokalkyler och värdet av information (eller Något om riskkostnader). Det är tillåtet med anteckningar i rimlig omfattning i läroboken och i nedladdade häften. Inga andra anteckningar är tillåtna.

Kom ihåg att att alla svar skall motiveras såvida ej annat sägs. Ställ upp modell när det behövs och ange de för uträkningarna nödvändiga förutsättningarna. Skriv förståeligt (tydligt) och använd i ämnet etablerade beteckningar. Poäng dras i lösningar där detta ej är tillgodosett.

Teoridelen skall lämnas in innan några hjälpmedel får tas fram.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p. Ev bonuspoäng från inlämningsuppgifterna sänker gränser i motsvarande grad.

Examinator är Tommy Norberg, tel. 772 3528, 0730 79 42 09.

Jour är Anna Rudvik, tel. 772 5374.

Lösningar eller svar till uppgifterna publiceras på webben. Se kursens hemsida.

— Teoridel —

1. Härled uttrycket $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Var noga med att specificera de axiom (alt grundläggande räkneregler) som du använder i härledningen. (4 p)
2. Redogör för centrala gränsvärdessatsen och hur man med hjälp av den kan bestämma konfidsensintervall med approximativ konfidsensgrad för en sannolikhet π . (4 p)
3. I kursen har vi gått igenom tre olika sätt att definiera begreppet risk (eller riskkostnad). Ange dessa. Minst två krävs för poäng på uppgiften. (2+1 p)

— Problemdel —

4. Beräkna korrelationen mellan x och y i följande dataserie:

$x :$	2.40	-4.99	5.75	6.73	-1.88	12.15	12.14	4.77	6.96	6.05
$y :$	13.29	6.17	16.56	30.11	7.09	29.21	33.35	17.92	20.53	15.94

Extrapoleringen ges till de som använder sig av följande "summary statistics"

$$\begin{aligned} n = 10 \quad \sum x = 50.08 \quad \sum y = 190.17 \\ \sum x^2 = 515.3490 \quad \sum y^2 = 4407.9443 \quad \sum xy = 1370.2135 \end{aligned}$$

Data är simulerade från en bivariat normalfördelning. (2+1 p)

5. Antag att liten proportion av en stor population av individer lider av en viss allvarlig sjukdom S . Man har utvecklat ett test för att avgöra om en viss individ har denna sjukdom eller ej. Testet bygger på att sjukdomen för många individer (dock inte alla) orsakar förhöjda halter av ett visst hormon H . Nu kan det dock vara så att vissa individer i befolkningen har höga halter av hormonet utan att de för den skull har sjukdomen.

- (a) Om man hos en godtyckligt vald individ i populationen har mätt upp en hög halt av hormonet ifråga, hur stor är då sannolikheten att individen ifråga då är sjuk?
- (b) Om man hos en individ med andra symptom har mätt upp en hög halt av hormonet ifråga, hur stor är då sannolikheten att individen ifråga då är sjuk?

Man tror sig veta att ungefär 1 individ av 1000 har sjukdomen, och att bland de sjuka ca 80% har förhöjd halt av hormonet, medan ca 10% av de friska har förhöjd halt. I fallet (b) som är relevant då en individ med symptom söker upp en läkare, tänker vi oss att läkaren, innan testet utförs, bedömer att risken att individen har sjukdomen är ca 50%. (4 p)

6. Antag att du har en variabel x som är $\text{Bin}(5, 0.2)$ -fördelad. Här har du 5 slumpstal:

0.7621 0.4565 0.0185 0.8214 0.4447

Använd dem (alltså samtliga) till att simulera en observation av x . Du har även en variabel t som är $\exp(0.143)$. Simulera nu x observationer av t och beräkna deras summa $y = \sum t$. Du behöver max 5 slumpstal till denna simulering och du ska använda dem i den ordning de är uppräknade:

0.6154 0.7919 0.9218 0.7382 0.1763

(börja med det till vänster). Beskriv först de regler du använder till att simulera x och t . Dessa får naturligtvis ej bero av slumptalen ovan. (4 p)

7. Under 240 minuter registreras 37023 radioaktiva sönderfall. Räkna registrerar samtliga sönderfall. Punkt- och intervallskatta sönderfallsintensiteten λ (tidsenhet: minut). Önskad konfidensgrad: 95%. Ge svaret med en decimals noggrannhet. (4 p)

8. Här har du två oberoende stickprov (samt hjälpande "summary statistics" för den som behöver) på $x_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ och $x_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2)$:

					n	$\sum x$	$\sum x^2$
x_1	1.92	6.57	7.76	-0.78	4	15.47	107.6773
x_2	-1.32	4.71	1.80		3	-0.81	18.4065

Bestäm ungefär hur säker utsagan $\mu_1 > \mu_2$ är. (4 p)

Lycka till!

1. Notera först att $A \cup B = A \setminus B \cup B$, så $P(A \cup B) = P(A \setminus B \cup B) = P(A \setminus B) + P(B)$, eftersom $A \setminus B$ och B är disjunkta. Notera sedan att $A = A \setminus B \cup A \cap B$, så vi har också att $P(A) = P(A \setminus B) + P(A \cap B)$, även detta p.g.a att $A \setminus B$ och $A \cap B$ är disjunkta. Så vi ser att $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ och förstår även att $P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, q.e.d. Den enda regel vi använt är att $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ då A och B är disjunkta.

2. Centrala gränsvärdessatsen (cgs) säger att ett stickprovmedelvärde $\bar{x}$ är approximativt normalfördelat med väntevärde μ och standardavvikelse $\sigma/\sqrt{n}$ om antalet observationer n ej är för litet; μ och σ är väntevärde och standardavvikelse för enskilda observationer i stickprovet. Då data $x_i \sim \text{Ber}(\pi)$, $i = 1, \dots, n$, är $\mu = \pi$ och $\sigma^2 = \pi(1 - \pi)$, så därför är relativa frekvensen $\hat{\pi}$ approximativt $N(\pi, \sqrt{\pi(1 - \pi)/n})$. Således gäller att händelsen

$$-z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\pi} - \pi}{\sqrt{\pi(1 - \pi)/n}} \leq z_{\alpha/2} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{\pi} - z_{\alpha/2} \sqrt{\pi(1 - \pi)/n} \leq \pi \leq \hat{\pi} + z_{\alpha/2} \sqrt{\pi(1 - \pi)/n}$$

har sannolikheten $\approx 1 - \alpha$, om $z_{\alpha/2}$ väljs så att $P(Z > z_{\alpha/2}) = \alpha/2$ där $Z \sim N(0, 1)$. Svårigheten med att använda uttrycket till höger till att beräkna ett konfidensintervall med den approximativa konfidensen $1 - \alpha$ brukar man lösa genom att byta ut $\sqrt{\pi(1 - \pi)/n}$ mot antingen $\sqrt{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})/n}$ eller $s/\sqrt{n}$, där s är standardavvikelsen i data beräknad på vanligt vis.

3. Se riskhäftet.

$$4. S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 264.5484, S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 791.4814, S_{xy} = \sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n} = 417.8421 \Rightarrow \rho = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = 0.913$$

5. Med naturliga beteckningar gäller att $P(S|H) = \frac{P(S)P(H|S)}{P(S)P(H|S) + P(S')P(H|S')}$, där $P(H|S) = 0.8$ och $P(H|S') = 0.1$. I (a) gäller $P(S) = 1/1000$ och i (b) är $P(S) \approx 0.5$. Räkna själv ut att $P(S|H) = 0.889$ i (b) och $= 0.0079$ i (a). Ett syfte med denna uppgift var att illustrera skillnaden i resultat då man väljer en godtycklig individ som i (a) och då man gör ett riktat urval som i (b).

6. $x \sim \text{Bin}(5, 0.2)$ är summan av 5 oberoende $\text{Ber}(0.2)$ -variabler. Jag simulerar dessa genom att välja utfallet 1 då slumptalet $u \leq 0.2$ och 0 annars. Ett av slumpalen är ≤ 0.2 , så mitt simulerade värde är $x = 1$; $t \sim \exp(\lambda)$ kan simuleras m.h.a uttrycket $t = -\ln(u)/\lambda$. (Antingen kommer man ihåg detta eller så härleder man det utifrån simulerarens huvudsats.) I vårt fall är $1/\lambda \approx 7$, så regeln blir $t = -7\ln(u)$. Denna använder jag en gång och får simuleringen $t = 3.40$. Således är $y = 3.40$, ty $x = 1$.

7. $\lambda = 154.3 \pm 1.6$ eller $\lambda \in (152.7, 155.9)$

8. I princip kan man lösa uppgiften enbart m.h.a "summary statistics" eller så kan man räkna ut väntevärde och standardavvikelse på annat sätt och då få en lite annan lösning p.g.a mitt slarv med data. Svaren blir olika, men principen för lösandet är ju densamma och bra exempel finns att följa i D&F. Viktigt är att om man ska bedömma ungefär hur säker en utsaga, som $\mu_1 > \mu_2$, är, så räcker det inte med att bestämma en övre eller undre gräns. Viktigt är att ha med både en övre och en undre gräns för säkerheten, om detta är möjligt. Här är två exempel. Antalet frihetsgrader är 4 i båda. I det ena har man räknat ut $t = 1.83$ och ser att P -värdet av testet av $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ är mellan 0.05 och 0.10. Då är den sökta säkerheten minst 90% men ej så stor som 95%. I det andra har man räknat ut $t = 0.87$ och ser i tabell att P -värdet är över 10%. Då är den sökta säkerheten mellan (obs) 50% och 90%. Inte nödvändigt, men man kan i detta fall m.h.a tabell VI i D&F göra den bättre uppskattningen att P -värdet ligger mellan 0.210 och 0.234, och då få att säkerheten måste ligga mellan 76.6% och 79%.