

TMS136: Dataanalys och statistik – Tentamen 2009-10-24

Examinator och jour: Erik Jakobsson, tel. 031-772 53 79

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och formelsamling (formelsamling delas ut med tentan).

Betygsgränser: För betyg **3** krävs 14 poäng, för **4** krävs 20 poäng och för betyg **5** krävs 27 poäng.

Fullständiga och välmotiverade lösningar skall ges till varje uppgift.

1. Definiera begreppen
 - (a) utfallsrum. (1p)
 - (b) händelse. (1p)
 - (c) stokastisk variabel. (1p)
2. En vanlig kortlek består av 52 kort, varav 13 i varje färg. En pokerhand består av 5 kort. Vad är sannolikheten att en pokerhand innehåller endast en färg? (3p)
3. Ge exempel på två stokastiska variabler X och Y med korrelation ρ sådana att
 - (a) $0 < \rho < 1$. (1p)
 - (b) $\rho = -1$. (1p)
 - (c) $\rho = 0$. (1p)

(Du behöver inte presentera några beräkningar, men dina exempel måste i så fall vara glasklart motiverade!)
4. Betrakta den stokastiska variabeln X med täthetsfunktion $f(x) = cx^2 + 1/2$, för $0 \leq x \leq 1$ där c är en konstant.
 - (a) Bestäm värdet på c . (1p)
 - (b) Vad har X för väntevärde? (1p)
 - (c) Vad har X för varians? (1p)
5. Låt $X \sim \text{Bernoulli}(p)$, dvs $f(x) = p^x(1-p)^{1-x}$ för $x = 0$ eller 1 , och låt $X_1, \dots, X_n$ vara ett stickprov från X .
 - (a) Visa att Maximum likelihood skattaren för p är $\hat{p} = \bar{X}$. (3p)
 - (b) Visa att $\hat{p}$ är väntevärdesriktig. (1p)
 - (c) Vad har $\hat{p}$ för varians i detta fall? (2p)

6. En viss typ av apelsiner har en vikt (i gram) som är normalfördelad med väntevärde 150 och varians 25, och apelsinernas vikt är oberoende av varandra.
- (a) Bestäm sannolikheten att en slumpmässigt vald apelsin väger mindre än 145 gram. (2p)
 - (b) Bestäm sannolikheten att 10 slumpmässigt valda apelsiner har en genomsnittlig vikt på mindre än 145 gram. (2p)
 - (c) Bestäm sannolikheten att minst en av 5 slumpmässigt valda apelsiner väger mindre än 145 gram. (2p)
7. Vi arbetar med att ta fram nya värmesköldar till rymdfärjan Discovery för Christer Fuglesangs nästa rymdfärd. Vi vet att värmeskölden måste tåla minst 2300° Celsius, annars kommer Fuglesang brinna upp vid återinträdet i atmosfären. Med detta i åtanke, sätt upp lämplig nollhypotes och alternativhypotes för att avgöra om vi skall använda vår nya värmesköld eller inte.

Tester på 5 värmesköldar gav resultaten (i Celsius)

2360.0° 2379.5° 2354.5° 2365.6° 2327.8°.

Vad har vi gjort för antaganden? Tror du att det skulle kunna påverka utfallet av vårt test om något av antagandena var fel? Hur stort är P-värdet (ungefär) och vad säger det oss? Skall vi skicka upp Fuglesang med vår värmesköld? Eller snarare, skulle Fuglesang vilja åka med vår värmesköld?

Diskutera! (5p)

8. Alla vet att nativiteten (födelsetalet) inte är jämnt utspridd över året. Nativiteten skiljer sig mellan olika månader och i allmänhet föds fler barn under våren och sommaren än under vinterhalvåret.
- Men hur är det med mortaliteten (dödstalet)? Är den jämnt utspridd över året?

- (a) Sätt upp ett lämpligt test för att testa detta, baserat på 40 slumpmässigt valda dödsattester.
När du granskar de 40 dödsattesterna ser du att av dessa personer dog 11 under det första kvartalet, 10 under andra, 12 under tredje och 7 under fjärde. Genomför ditt test med dessa data och dra en slutsats. (4p)
- (b) Enligt Statistiska Centralbyrån dog 91449 personer i Sverige under 2008, av dessa dog 24392 under första kvartalet, 22317 under andra, 21495 under tredje och 23245 under det fjärde. Om du istället hade använt dessa siffror hade du fått ett helt annat resultat, *även* om de relativt sett stämmer mycket bättre med en jämnt utspridd mortalitet än siffrorna i (a). Hur är det möjligt? (2p)

Lycka till!