

TMS136: Dataanalys och statistik – Tentamen 2010-10-22

Examinator och jour: Erik Jakobsson, tel. 031-772 53 79

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och formelsamling (formelsamling delas ut med tentan).

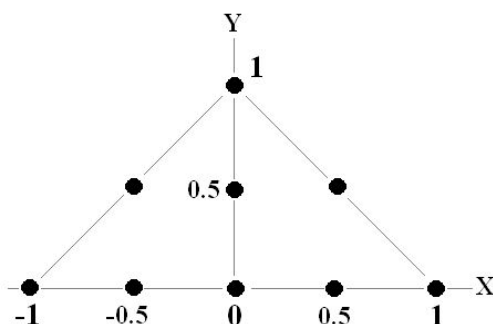
Betygsgränser: För betyg **3** krävs 14 poäng, för **4** krävs 20 poäng och för betyg **5** krävs 27 poäng.

Fullständiga och välmotiverade lösningar skall ges till varje uppgift.

1. Definiera följande begrepp.

- (a) Stokastisk variabel. (1)
- (b) Oberoende mellan två stokastiska variabler X och Y . (1)
- (c) Stickprov från en populationsvariabel X . (1)

2. Låt (X, Y) vara koordinaterna för en lifformigt vald punkt i figuren nedan.



- (a) Är X och Y beroende. Motivera. (1)
 - (b) Beräkna korrelationen mellan X och Y . (1)
 - (c) Förklara resultatet i a) kontra b). (1)
3. Peter Englund har 46 hyllmeter böcker i sitt bibliotek. Böckernas tjocklek kan antas vara oberoende med väntevärde 1.8 cm och standardavvikelse 0.7 cm. Dock finns det ingen anledning att tro att tjockleken är normalfördelad. Bestäm sannolikheten att Peter har fler än 2500 böcker. Motivera eventuella approximationer! (3)
4. Försäljaren i New Age-affären Näckrosen på Storgatan här i Göteborg påstod en dag att ett speciellt örtextrakt påverkar din IQ positivt. För att undersöka detta gav ni extraktet till 10 förbipasserande. Innan personerna intog extraktet hade de en genomsnittlig IQ på 100 medan ni efteråt mätte den till 103.
-Där ser du att det funkar! mös försäljaren självsäkert.
Du råkade emellertid ha räknat ut att standardavvikelsen för skillnaderna mellan de förbipasserandes IQ före och efter var 318. Vad svarade du? (3)

5. Antag att TV3 sänder kvalitetsprogram enligt en Poissonprocess med intensitet $\lambda = 0.24$ kvalitetsprogram/dygn (approximativt). Antag också att TV3 sänder hela dygnet.
 - (a) Vad är sannolikheten att TV3 bara visar skräp ikväll mellan 18.00 och 24.00? (1)
 - (b) Antag att TV3 inte visat ett enda bra program under hela dan, från 06.00 till 18.00. Vad är då sannolikheten att det kommer nåt bra de nästföljande 6 timmarna? (1)
 - (c) Antag att din TV gått sönder och att du bara kan få in 3:an. Hur länge måste du sitta framför TVn om du vill vara 90% säker på att få se nåt bra? (2)
6. För att avgöra om en ny våg har ett systematiskt mätfel väger vi en vikt som vi vet väger exakt 1000g fem gånger och får värdena

999.4 999.8 1000.4 1000.8 1001.0.

Från tidigare mätningar vet vi att standardavvikelsen för vågar av denna typ är $\sigma = 0.68$.

- (a) Testa om vi har skäl att tro att vågen har ett systematiskt fel? (2)
 - (b) Om det verkliga mätfelet är så stort som +0.63 gram. Vad är styrkan på testet i så fall? (2)
7. Låt X vara en stokastisk variabel med täthetsfunktion $f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)}$, för $x \geq \theta$, där θ är en okänd parameter. Låt vidare $X_1, \dots, X_n$ vara ett stickprov från X .
 - (a) Visa att momentskattaren för θ är $\hat{\theta}_m = \bar{X} - 1$. (1)
 - (b) Är $\hat{\theta}_m$ väntevärdesriktig? (1.5)
 - (c) Vad har $\hat{\theta}_m$ för varians? (OBS! Förkorta så långt som möjligt!) (1.5)
 - (d) Visa att maximum likelihood-skattaren för θ är $\hat{\theta} = \min_{1 \leq i \leq n} (X_i)$ = det minsta värdet bland $X_1, X_2, \dots, X_n$. (2)
 - (e) Visa att kumulativa fördelningen för $\hat{\theta}$ är $F_{\hat{\theta}}(x) = 1 - e^{-n(x-\theta)}$ och därmed att $f_{\hat{\theta}}(x) = \frac{d}{dx}F(x) = ne^{-n(x-\theta)}$. (2)
 - (f) Är maximum likelihood-skattaren väntevärdesriktig? (1.5)
 - (g) Vad har $\hat{\theta}$ för varians? (1.5)
 - (h) Vilka fördelar/nackdelar har de båda skattarna gentemot varandra? (2)
 - (i) Givet ett stickprov av storlek $n = 30$. Vad är sannolikheten att maximum likelihood-skattaren respektive momentskattaren hamnar på ett avstånd av högst 0.1 ifrån det verkliga värdet på θ ? Dra en slutsats. (2)

Lycka till!