

TMS136: Dataanalys och statistik – Tentamen 2011-01-10

Examinator och jour: Erik Jakobsson, tel. 031-772 53 79

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och formelsamling (formelsamling delas ut med tentan).

Betygsgränser: För betyg **3** krävs 14 poäng, för **4** krävs 20 poäng och för betyg **5** krävs 27 poäng.

Fullständiga och välmotiverade lösningar skall ges till varje uppgift.

1. Definiera följande begrepp för två händelser A och B .
 - (a) A och B är disjunkta. (1)
 - (b) A och B är oberoende. (1)
 - (c) Hitta på två egna händelser (från verkligheten) A och B som är oberoende men inte disjunkta, och motivera varför. (1)
2. Antag att du först kastar en tärning, och sedan kastar ett mynt så många gånger som tärningen visade. Hur stor är sannolikheten att du inte får någon klave? (3)
3. Antag att du väljer 3 kort utan återläggning från en vanlig kortlek (en kortlek innehåller 52 kort varav 13 är hjärter, 13 spader, 13 ruter och 13 klöver). Låt
 H = antalet hjärter bland de tre valda
 S = antalet spader bland de tre valda.
 - (a) Beräkna varianserna för H och S . (*Tänk innan du räknar ut båda...*) (2)
 - (b) Beräkna korrelationen $\rho(H, S)$. (*Hett tips!* Beräkna bara den simultana massfunktionen $f_{H,S}(h, s)$ för de värden på h och s du verkligen behöver!) Säg även något smart om resultatet. (Om du inte fått ut ρ eller om du tror att du räknat fel, ge en god gissning och *motivera väl!*) (3)
4. Låt X och Y vara två oberoende exponentialfördelade stokastiska variabler med parametrar $\lambda_X = 1$ respektive $\lambda_Y = 2$.
 - (a) Beräkna $P(1 \leq X \leq 2)$. (2)
 - (b) Beräkna väntevärde och varians av $3X - 2Y$. Ange tydligt var du använder att X och Y är oberoende. Vad är (utan att utföra några beräkningar) kovariansen mellan X och Y ? (3)
5.
 - (a) Definiera typ I fel och typ II fel. (2)
 - (b) Vilken typ av fel garderar man sig främst mot vid statistiska test, och vad innebär det för vilka slutsatser som kan dras vid förkastande respektive ej förkastande av nollhypotesen? (3)
6. Låt X vara geometriskt fördelad, dvs $f(k) = (1 - p)^{k-1}p$ för $k = 1, 2, \dots$ och $0 \leq p \leq 1$. Hitta maximum likelihood skattaren \hat{p} för p , givet ett stickprov X_1, \dots, X_n . (3)

7. (a) Jag är intresserad av bensinförbrukningen hos min nya bil, jag känner att det är rimligt att bensinförbrukningen på samma sträcka från gång till gång är approximativt normalfördelad. Vi mäter bensinförbrukningen när jag åker till jobbet (ungefär en halv mil blandad körning) 4 gånger och får värdena 0.39, 0.41, 0.38, 0.42. Ge mig ett konfidensintervall på bensinförbrukningen i liter/mil. (3)
- (b) När jag köpte bilen påstod säljaren att den drar ungefär 0.75 liter/mil. Kan det stämma? (1)
- (c) Varför är det viktigt att anta att bensinförbrukningen är normalfördelad i (a)? Om vi inte tror att vi kan anta normalfördelning, vad behöver vi då göra för att kunna ge ett någorlunda rimligt konfidensintervall? (2)
8. För drygt hundra år sedan demonstrerade den danske näringsforskaren Mikkil Hindhede att det går att överleva på enbart potatis. Detta gjorde han genom att bestämma att laboratoriebiträdet Fredrik Madsen skulle leva på potäter allena under nästan ett års tid. Madsen satte i sig nästan 4 kilo varje dag.

Tyvärr saknar vi mätningar från Hindhedes försök. I ett mer nutida försök mättes askorbinsyrahalten i konventionellt odlad bintjepotatis med ekologiskt odlad King Edward i syfte att försöka påvisa att den ekologiskt odlade potatisen är nyttigare (askorbinsyrahalten antas ge en god uppfattning om C-vitaminnivån). Tabellen nedan sammanfattar mätningarna (enheten är mg/100 g). Potatisarna kan antas oberoende av varandra.

	Ekologisk, X	Konventionell, Y
Stickprovsmedel	$\bar{x} = 14.49$	$\bar{y} = 12.74$
Stickprovsstorlek	$n_X = 38$	$n_Y = 34$
Stickprovsvarians	$s_X^2 = 13.18$	$s_Y^2 = 9.33$

Testa om dessa observationer styrker forskarnas tes att den ekologiskt odlade potatisen innehåller en högre halt askorbinsyra (var noga med att ställa upp rätt noll- och alternativhypotes). Ge även testets p-värde. (5p)

Lycka till!