

# TMS136: Dataanalys och statistik – Tentamen 2012-08-28

**Examinator och jour:** Erik Jakobsson, tel. 031-772 53 79

**Hjälpmedel:** Chalmersgodkänd räknare och formelsamling (formelsamling delas ut med tentan).

**Betygsgränser:** För betyg **3** krävs 14 poäng, för **4** krävs 20 poäng och för betyg **5** krävs 27 poäng. Totalt finns 35 poäng.

---

*Om du vill att jag skall mejla dig resultatet när jag rättat klart din tenta kan du skriva din mejladress på det **sista** pappret du lämnar in. Skriv i så fall gärna läsligt. Observera att tentan i detta fall kanske inte blir anonym, så strunta i det om det känns viktigt.*

---

**Fullständiga och välmotiverade lösningar skall ges till varje uppgift.**

- Låt  $S$  vara mängden av dina Facebook-kompisar.
  - Beskriv ett slumpförsök som har  $S$  som utfallsrum. (1)  
Definiera två icke-triviala (dvs inte  $\emptyset$  eller  $S$ ) händelser  $A$  och  $B$  på  $S$  så att:
    - $A$  och  $B$  är disjunkta och  $P(A \cup B) = 1$ . (1p)
    - $P(A \cap B)$  rimligtvis borde vara lika med  $P(A)P(B)$ . (1p)
    - Definiera en stokastisk variabel  $X$  på  $S$  och beskriv dess fördelning så gott det går. (1p)
- Vad är sannolikheten att få en klädd triss i poker? Klädda kort är knektar, damer och kungar. Se upp så du inte får kåk... (3)
- Låt  $X_1, X_2, \dots, X_n$  vara ett stickprov från en variabel med väntevärde  $\mu$  och varians  $\sigma^2$ . Visa att korrelationen mellan  $X_1$  och stickprovsmedelvärdet  $\bar{X}$  är  $1/\sqrt{n}$ . (4)
- En viss typ av lampa har en livslängd  $T$  som är exponentialfördelad med förväntad livslängd 200 timmar.
  - Var är sannolikheten att en sådan lampas livslängd är kortare än den förväntade? (2)
  - Exponentialfördelningen har minneslöshetsegenskapen. Vad är det? Beskriv i fallet med lampan och skriv ner en formel som definierar egenskapen. (2)
- Du har köpt 144 ägg som enligt försäljaren har en förväntad vikt på 63g styck med en standardavvikelse på 4g. Du väger äggen och finner att den sammanlagda vikten är precis 9 kg. Med ledning av sannolikheten att vikten skulle vara 9 kg eller mindre om försäljaren talar sanning, avgör om du bör anmäla honom till konsumentombudsmannen för vilseledande äggviktsinformation. Motivera eventuella approximationer!(4)

6. I en opinionsundersökning inför ett riksdagsval tillfrågas ett stickprov på 3300 röstberättigade vilket parti de ska rösta på. 149 personer svarar Centern.
- Gör en punktskattning av andelen röster,  $p$ , som Centern har i hela riket. (1)
  - Visa om skattaren du använt i a) är väntevärdesriktig? (2)
  - Konstruera ett dubbelsidigt konfidensintervall för  $p$ . (2)
  - För att få sitta med i riksdagen behöver ett parti minst 4% av rösterna. Utifrån dina beräkningar, har Centern skäl att oroa sig? (1)
7. I sina försök med att korsa ärtväxter framställde munken Gregor Mendel (genetikens fader) bland annat 556 plantor som klassificerades efter färg (gul eller grön) och form (slät eller skrynklig). Resultatet ser du i nedanstående tabell. Mendels teori var att egenskaper såsom en plantas färg och form bestäms av separata gener, och går i arv. Speciellt bestäms de oberoende av varandra. Testa huruvida egenskaperna färg och form kan anses oberoende. (4p)

	Slät	Skrynklig	Summa
Gul	315	101	416
Grön	108	32	140
Summa	423	133	556

8. Låt  $-0.61, -1.18, 2.65, 2.95, -3.13, -0.10, -0.54, 1.46, 2.09, 2.54$  vara ett stickprov från en likformig fördelning på intervallet  $[-\theta, \theta]$  där  $\theta > 0$
- Rita upp täthetsfunktionen för fördelningen och märk ut stickprovet. (1)
  - Sätt upp likelihood funktionen för  $\theta$  och rita upp den också. (2)
  - Hitta maximum likelihood skattaren  $\text{MLE}(\theta)$  och skatta  $\theta$  med den. (2)
  - Är  $\text{MLE}(\theta)$  väntevärdesriktig? Du behöver inte bevisa något, men du måste motivera ditt svar. (1)

**Lycka till!**