

TMS136: Dataanalys och statistik – Tentamen 2012-01-14

Examinator och jour: Erik Jakobsson, tel. 031-772 53 79

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och formelsamling (formelsamling delas ut med tentan).

Betygsgränser: För betyg **3** krävs 14 poäng, för **4** krävs 20 poäng och för betyg **5** krävs 27 poäng. Totalt finns 35 poäng.

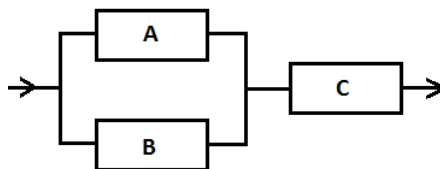
*Om du vill att jag skall mejla dig resultatet när jag rättat klart din tenta kan du skriva din mejladress på det **sista** pappret du lämnar in. Skriv i så fall gärna läsligt. Observera att tentan i detta fall kanske inte blir anonym, så strunta i det om det känns viktigt.*

Fullständiga och välmotiverade lösningar skall ges till varje uppgift.

1. Definiera följande begrepp:

- (a) $\alpha = P(\text{typ I fel}) = P(\text{vadå?})$. (1p)
- (b) $\beta = P(\text{typ II fel}) = P(\text{vadå?})$. (1p)
- (c) Stickprov. (1p)
- (d) Skattare och skattning. (1p)

2. En elektrisk krets består av 3 komponenter, A , B och C , kopplade enligt figuren. Om strömmen kan ta sig från ena sidan till den andra så



fungerar kretsen. Komponenterna fungerar var för sig med sannolikheten 0.9. Komponent C fungerar oberoende av komponenterna A och B , men om komponent A gått sönder så har belastningen på komponent B ökat markant och då är sannolikheten att den också gått sönder 0.3. Exakt samma sak gäller för A om B gått sönder.

Vad är sannolikheten att kretsen fungerar? (4)

3. En kvadrat har sidlängden $X \sim \text{Uni}[0, 6]$ meter (observera att X är kontinuerlig!).

- (a) Vad är den förväntade omkretsen av kvadraten? (1.5)
- (b) Vad är den förväntade arean av kvadraten? (1.5)
- (c) Vad är sannolikheten att arean är större än omkretsen? (2)

4. Låt $N(t)$ = antal händelser på tiden $t \sim \text{Poi}(\lambda t)$. Visa att

T = tiden till första händelsen $\sim \text{Exp}(\lambda)$

genom att visa att T har täthetsfunktionen $f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}$.

Hett tips: Börja med att betrakta $P(T > t)$. (4)

5. (a) Vad är sannolikheten att ett vanligt mynt behöver kastas fler än 3 gånger för att krona skall komma upp? (2)

Du har n vanliga mynt och kastar vart och ett av dem om och om igen tills du får krona. Låt X vara antalet mynt du behöver kasta fler än 3 gånger. (Om du till äventyrs inte fick ut nåt i (a) kan du sätta den sannolikheten till 0.1, annars räknar du med det du fick.)

(b) Vad är $E[X]$ och $\text{Var}(X)$? (2)

(c) Om $n = 1000$, vad är $P(X \leq 100)$. *Motivera eventuella approximationer.* (2)

6. Eftersom de flesta människor idag undrar ifall koffein påverkar kolesterolvärdet i blodet, testar vi fem personer. Vi mäter först kolesterolvärdet på dem när de inte druckit kaffe, sedan håller vi i dem några koppar och mäter igen. Resultaten blev

Testperson:	1	2	3	4	5
X (före) :	162	168	197	202	225
Y (efter) :	179	170	196	188	210

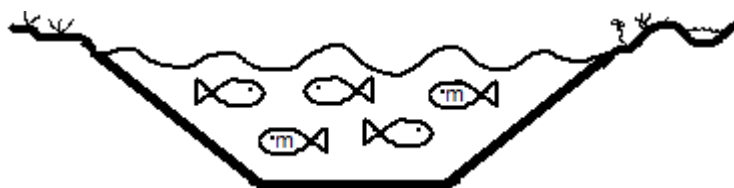
Testa om dessa data stöder teorin att kaffe påverkar kolesterolnivån, och vilka antaganden gör du? (4)

7. Vi tillverkar en sorts metallstänger som skall vara 1 meter långa (100 cm). Vi skär först av dem lite grovt, nånstans mellan 100 och 101 cm, sedan läggs stängerna i en slip som slipar ner dem till exakt 100 cm. Denna metod ger ju förstås lite spill och vi undrar om spillet är likformigt fördelat mellan 0 och 1 cm. Vi mäter spillet för 24 stänger och får följande (i cm):

0.11 0.18 0.28 0.42 0.42 0.47 0.48 0.49 0.49 0.51 0.52 0.59
0.61 0.62 0.63 0.66 0.68 0.74 0.75 0.76 0.78 0.79 0.81 0.83

Vilka slutsatser kan vi dra om fördelningen på spillet? (4)

8. I Delsjön finns det många fiskar. Men *hur* många?! I helgen fångade jag 50 stycken på lite olika ställen i Delsjön, märkte dem och slängde i dem igen, se Figur 1. Den närmaste månaden (30 dagar) tänker jag fånga en



Figur 1: Slumpmässigt tvärsnitt av Delsjön, där det tydligt framgår att några fiskar är märkta.

fisk om dagen och kolla om den är märkt eller inte (och slänga i den igen). Givet att jag under denna månad fångar M märkta fiskar, hitta på en *bra* skattare för det totala antalet fiskar i Delsjön. (4)

Lycka till!