

TMS136: Dataanalys och statistik – Tentamen 2014-01-14

Examinator: Mattias Sundén

Jour: Johan Tykesson, tel. 0703 18 20

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och till tentamenstesens bifogad formelsamling.

Betygsgränser: För betyg **3** krävs 14 poäng, för **4** krävs 20 poäng och för betyg **5** krävs 27 poäng. Totalt finns 35 poäng.

*Om du vill att jag skall mejla dig resultatet när jag rättat klart din tenta kan du skriva din mejladress på det **sista** pappret du lämnar in. Skriv i så fall gärna läsligt. Observera att tentan i detta fall kanske inte blir anonym, så strunta i det om det känns viktigt.*

Fullständiga och välmotiverade lösningar skall ges till varje uppgift!

1. Definiera följande begrepp:
 - (a) Stickprov. (1p)
 - (b) Typ II-fel. (1p)
 - (c) Signifikansnivå. (1p)
 - (d) Konfidsensgrad för ett tvåsidigt konfidensintervall. (1p)
2. En viss stokastisk variabel, X , har täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{x}, & \text{om } 1 < x < 3 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

- (a) Bestäm konstanten C . Svara exakt. (1p)
 - (b) Beräkna $\mathbf{E}(X)$. Svara exakt. (2p)
3. Antalet hjortar som passerar ett visst skogsparti under ett dygn antas Poissonfördelat med parameter $\lambda = 2$.
 - (a) Vad är sannolikheten att det passerar exakt 1 hjort under ett dygn? (1p)
 - (b) Vad är sannolikheten att antalet hjortar som passerar under ett dygn är större än eller lika med 3? (2p)
 - (c) Antag att antalet hjortar som passerar under en måndag är oberoende av antalet hjortar som passerar under en torsdag. Vad är sannolikheten att det totala antalet hjortar som passerar under måndag och torsdag är mindre än eller lika med 1? (3p)
 - (d) Antag att antalet hjortar som passerar området är oberoende från dygn till dygn. Vad är sannolikheten att antalet hjortar som passerar under 100 dygn är större än 186? (3p)

4. Från två oberoende populationer, (a) och (b), av bilar har bränsleförbrukningen i liter per mil mätts upp med följande stickprovsresultat

(a) 0.92, 1.01, 0.86, 0.95, 1.03, 1.10, 0.91, 0.86

(b) 0.71, 0.67, 0.72, 0.64, 0.58, 0.65, 0.69, 0.71, 0.62

Bestäm ett 95-procentigt konfidensintervall för skillnaden i populationsmedelvärden under antagande om lika populationsvarianser hos de normalfördelade populationerna. Kan man baserat på konfidensintervallet säga att population (b) har lägre förväntad bränsleförbrukning än population (a) och i så fall, på vilken signifikansnivå kan man göra detta? (3p)

5. En viss aktie är idag värd 100kr. Priset imorgon är $100e^X$ där X är normalfördelad med väntevärde 0.01 och standardavvikelse 0.005.

(a) Vad är sannolikheten att priset imorgon är större än 101 kr (2p)

(b) Vad är det förväntade priset imorgon? **Ledtråd:** Om Z är standard normalfördelad så är $\mathbf{E}(e^{\sigma Z}) = e^{\frac{\sigma^2}{2}}$. (2p)

6. I VLE-uppgifterna har vi sett att man givet ett stickprov $X_1, \dots, X_n$ från en exponentialfördelning kan skatta den okända parametern λ med exempelvis ML-skattaren $1/\bar{X}$. Eftersom variansen för den exponentialfördelade populationen är $1/\lambda^2$ kan borde man då kunna skatta variansen med $(\bar{X})^2$. Vilken bias har den variansskattaren? Man kan också skatta variansen med momentskattaren. Hur förhåller sig biasen för variansskattaren $(\bar{X})^2$ till momentskattarens bias? (4p)

7. I ett visst experiment finns två urnor innehållande svarta och vita bollar. Initialt innehåller den ena urnan fem svarta och sju vita bollar och den andra urnan sex svarta och åtta vita bollar. Två bollar dras på måfå från urnan med fem svarta och sju vita bollar och de två bollarna läggs i urnan som från början innehöll sex svarta och åtta vita bollar. Därefter dras tre bollar från urnan till vilken de två bollarna flyttades. Vad är sannolikheten att alla tre bollarna är vita? (4p)

8. I ett hypotestest för en populationsproportion, p , används ett stickprov av storlek 100. Testet utförs på signifikansnivån 0.05 och nollhypotesen är att $p \geq 0.4$. Vad är sannolikheten för typ II-fel om det verkliga värdet på populationsproportionen är 0.35? (4p)

Lycka till!