

Svar till övningar med jämna nummer i Milton & Arnold, ht 2005

Kapitel 1 8b) Ja c) $S = \{h, mh, mmh, mmmh, mmmmh, mmmmm\}$ d) $A_1 = \{mh\}$; $A_2 = \{h, mh\}$; Nej $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

10 a) 12 b) 60 c) 360

14 a) $2^4 = 16$, b) 5

16 a) 36 b) 180

36 b) $S = \{++, +0, +-, 0+, 00, 0-, -, -, --\}$ c) $A = \{-+, -0, --\}$, $B = \{++, 00, --\}$, $C = \{+0, +-, 0-\}$ d) nej; ja e) $A' \cap B$: the first item selected is not of inferior quality and both items are of the same quality OR both items are of the same quality, either average or superior; $A' \cap B'$: the first item selected is not of inferior quality and both items are of the same quality; $A \cap B'$: the first item selected is of inferior quality and the second item is not; $A \cap C' \cap B$: Both items are of inferior quality f) The nine outcomes in S are not equally likely

Kapitel 2 2 a) $2/7$ b) $24/35$

4. $P(B \cap M) = 0.76$, $P(M' \cap B) = 0.04$, $P(B' \cap M) = 0.19$, $P(M \cup B)' = .01$.

6 $P(O \cap SW) = 0.05$, $P(SW \cap O') = .10$,

14.a) $P(B|M') = 0.8$, b) Ja, $P(B) = P(B|M')$

16 a) 100 b) 10 c) 10 d) 1 e) $1/10$

20. Ja, ty $P(A_1) = P(A_1|A_2)$

24. 0.04

34. $.04 \cdot .09 / (.88 \cdot .41 + .04 \cdot .09 + .10 \cdot .04 + .04 \cdot .46)$

36. D = chip is defective, T=Chip is stolen, $P(T|D) = 0.0917$

40. A= station A alone experiences an overload, B= station B alone experiences an overload, C= station C alone experiences an overload, D= two or more stations simultaneously experience an overload, N=network blackout occurs; $P(A|N) = 0.3529$, $P(B|N) = .2353$, $P(C|N) = .2647$, $P(D|N) = .1471$.

Kapitel 3 8. a) 0.03 b) $F(1)=.02$, $F(2)=.05$, $F(3)=.10$, $F(4)=.30$, $F(5)=.70$, $F(6)=.90$, $F(7)=.97$, $F(8)=1.00$ c) .65 d) $P(X \leq 4) = .3$, $P(X < 4) = .1$, nej e) $F(-3)=0$, $F(10)=1$

10 a) $f(1) = .7$, $f(2) = .21$, $f(3) = .063$, $f(4) = 0.0189$, b) $f(x) = .3^{x-1} \cdot 7$, $x = 1, 2, 3, \dots$ och 0 för övrigt. c) $P(X = 6) = .0017$ d) $F(x) = 1 - .3^x$, $x = 1, 2, 3, \dots$

e) $P(X \leq 4) = .9919$, f) $P(X \geq 5) = .0081$

14. a) .48 b) .48 c) 1.08 d) .8496, e) .8496, f) .9217 g) grafts that fail

24 b) $F(x) = (12/13)^{x-1} (1/13)$, $x = 1, 2, 3, \dots$ och 0 för övrigt. e) $P(X \geq 2) = 12/13$

36 a. $\binom{15}{x} \cdot 2^x \cdot 8^{15-x}$ för $x = 0, 1, \dots, 15$ och 0 för övrigt, c) $EX=3$ $Var X=2.4$ e) 1671 f) $F(5)=.9389$, $F(4)=.8358$, $F(7)-F(1)=.8287$, $F(6)-F(1)=.8148$, $1-F(2)=.6020$, $F(9)=.9999$, $F(20)=1$, $F(10)-F(9)=.0001$

38.a) $f(x) = \binom{3}{x} \cdot 9^x \cdot 1^{3-x}$ för $x = 0, 1, 2, 3$ och 0 för övrigt b) $EX=2.7$, $VarX=.27$

40 a). X är $Bin(15, 0.5)$, $E[X] = 7.5$ b) Ja, $P(P(X \geq 12|p = 0.5) = 0.0176$ c) Ja.

42. X är $\text{Bin}(20, .1)$ a) $F(0) = .1216$ b) $1 - F(0) = .8784$ c) ja, $P(X > 4) = .0432$
 58 $f(x) = \frac{\binom{4}{x} \binom{11}{3-x}}{\binom{15}{3}}$, $x = 0, 1, 2, 3$ b) $E[X] = 0.8$, $\text{Var}(X) = 0.5029$ c) 0.8462
 62. X är $\text{Poi}(2)$, $P(X \leq 4) = .947$. Y = antal emissioner på 3 månader. $E[Y] = 6$.
 Ja, $P(Y \geq 12) = .02$.
 64. X = antal destr jordbävningar per år är $\text{Poi}(1)$, Y = antal destr jordbävningar per 6-månaders period är $\text{Poi}(.5)$, $P(Y \geq 1) = .393$; Ja, $P(Y \geq 3) = .014$
 68. $k = 1$
 70. $\text{Poi}(1)$; $\mu = \lambda = 1$; Ja, $P(X \geq 5) = .004$

Kapitel 4 4 b) 0.415.

- 6 a) $f(\theta) = 1/2\pi$, $0 < \theta < 2\pi$
 10. $F(x) = 0$, $x \leq a$, $F(x) = (x - a)/(b - a)$, $a < x < b$, $F(x) = 1$, $x \geq b$,
 16. $E[X] = 36.23$, $E[X^2] = 1358.6956$, $\sigma^2 = 51.67$, $\sigma = 7.188$
 18. $E[X] = (a + b)/2$, $E[X^2] = (b^2 + ba + a^2)/3$, $\text{Var}X = (b - a)^2/12$
 34. $\text{Exp}(1/2)$; $f(x) = 2 \exp\{-2x\}$, $x > 0$; $P(X > 3) = 1 - (1 - \exp\{-2 \cdot 3\})$;
 $\beta = 1/2$ månad
 36. $\text{Exp}(1/3)$; $P(X \geq 1/2) \approx .2231$
 42. a) .9544 b).9599 c)100.6 mg/100 ml
 44 a) nej, $P(X \leq 1875) = .4325$ b) $P(X > 1878) = .3707$
 52. $Y \sim N(6, 2.049)$ a. Approx: .1112, exakt: .1071 b. Approx: .5512, exakt: .5725 c
 Approx: .8888, exakt: .8929 d. Approx: .1215, exakt: .1304
 54 a. Ja. b. 54 c. $\approx .0262$ d. $\approx .8133$
 70 a) $E[X] = 1.8856$, $E[Y] = 4.8856$, b) $f_Y(y) = (y - 3)/4$, $3 \leq y \leq 3 + \sqrt{8}$

Kapitel 5 4 b) $f_X(x) = 2x/(n(n + 1))$, $x = 1, 2, \dots, n$; $f_Y(y) = 2(n - y + 1)/(n(n + 1))$, $y = 1, 2, \dots, n$ c) De är ober. Visa att $f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$. d) $P(X \leq 3, Y \leq 2) = 1/3$, $P(X \leq 3) = 12/30$, $P(Y \leq 2) = 18/30$.

- 8 a) $c = 1/6640$ b) $\approx .3735$ c) $f_X(x) = (8x + 6)/6640$, $0 \leq x \leq 40$, $f_Y(y) = (80y + 3240)/6640$, $0 \leq y \leq 2$ d) $\approx .506$ e) $\approx .741$ f) nej
 10 a) $f_X(x) = x^3/4$, $0 \leq x \leq 2$, $f_Y(y) = y^3/4$, $0 \leq y \leq 2$ b) Ja c) $1/16$ d) $1/16$,
 ty X och Y oberoende.
 14. $c = 8$
 16 a) nej b) $f_X(0) = 0.525$, $f_X(1) = 0.354$, $f_X(2) = 0.062$, $f_X(3) = 0.027$, $f_X(4) = 0.022$, $f_X(5) = 0.010$; $f_Y(0) = 0.762$, $f_Y(1) = 0.167$, $f_Y(2) = 0.053$, $f_Y(3) = 0.018$;
 $E[X] = 0.697$; $E[Y] = 0.327$; $E[XY] = 0.376$; $\text{Kov}(X, Y) \approx 0.148$. Få syntaxfel
 o få logik fel tenderar att finnas samtidigt, och vice versa.; $E[X + Y] = 1.024$.
 Förväntat antal fel vid 1a körningen är strax över ett.
 20 a) Negativ b) $E[X] = 26.426$, $E[Y] = 1.008$, $E[XY] = 26.586$, $\text{Cov}(X, Y) = -.051$
 26. Om X och Y är ober så är $\text{Kov}(X, Y) = 0$, och resultatet följer mha uppg 25.
 32. $\text{Var}(X) = 92.028$, $\text{Var}(Y) = 0.333$, $\rho_{XY} = -.009$
 40 a) $f_{X|Y}(x) = 1/2$, $8.5 \leq x \leq 10.5$; X och Y är oberoende. b) $f_{Y|X}(y) = 2/240$,
 $120 \leq x \leq 240$; Ja.
 54 b) $E[XY] = 4/9$ c) $P(Y \leq 1/2, y \leq X \leq y + 1/4) = 11/96$ d) $f_X(x) = 4x^3$, $0 <$

$x < 1$, $E[X] = 4/5$, $E[X^2] = 2/3$; e) $f_Y(y) = 4y(1 - y^2)$, $0 < y < 1$, $E[Y] = 8/15$, $E[Y^2] = 1/3$ f) Nej. Visa $f_{XY}(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$

Kapitel 6 24 b. $\bar{x} = 10.29$ timmar e. Regeln ej användbar eftersom data ej är normalfördelad.

34 a) 275.87; 30.57 c) ja

Kapitel 7 2. $\bar{X}$, eftersom $\lambda s = \mu$.

4 a) 19 b) 19 c) $19/4$

6 a) $\hat{p} = \bar{x}/n = .1$ b) $\approx .4305$ c) $P(Y \leq 1) = .0096$

10 Bin(4, 0.5), $E[X] = 2$, $Var(X) = 1$

12 a) Geo(1/6) b) 6 c) 30 e) $E[\bar{X}] = 6$, $Var(\bar{X}) = 1.2$

16 $\hat{p} = \bar{X}/n$

18 $\hat{\lambda} = 1.55$

34 $\hat{\beta} = 2.995$ år

46 a) N(1, 5) b) 0.4207

50 a) $\mu = 2.5$, $\sigma^2 = 1.25$ b) Stickprov (1, 1) ger $\bar{x} = 1$, (1, 2) ger $\bar{x} = 1.5$... (4, 4) ger 4;

$f(1) = 1/16$, $f(1.5) = 2/16$, $f(2) = 3/16$, $f(2.5) = 4/16$, $f(3) = 3/16$, $f(3.5) = 2/16$, $f(4) = 1/16$

c) $E[\bar{X}] = 2.5 = \mu$, $Var(\bar{X}) = 1.25/2 = \sigma^2/n$

56 a) 7.1 b) normal with mean μ and variance $\sigma^2/n = 0.69$ c) [5.2, 9.0] d) ja, 10 ligger ej i intervallet

Kapitel 8 2. a) $s^2 = 20.4286$ b) χ_{29}^2 fördelning används. [13.9068, 33.4706] Med 90 % säkerhet ligger den verkliga variansen mellan 13.9068 och 33.4706 c) [3.7292, 5.7854] d) [0, 17.66], 18 vore ovanligt.

4. [0, 0.023]; ja

10 a) $\bar{x} = 2$, $s^2 = .302$ b) Mellan 1.68 med 2.32 fot med 90 % säkerhet.

22 a) $H_0 : \mu \leq .3$ rem/år, $H_1 : \mu > .3$ rem/år b) Typ I: vi drar slutsatsen om ökning, trots att ingen ökning har skett; Typ II: Vi upptäcker ingen ökning, trots att det skett en ökning.

24 Typ I: test säger att DNA ej kommer från misstänkt person trots att det gör det; alltså friar testet en skyldig person. Om testet har hög styrka så är chansen att korrekt döma en skyldig stor.

28 a) $H_0 : p \geq .2$ $H_1 : p < .2$ c) X är Bin(20, .2) när H_0 är sann, $E[X] = 4$ d) $\alpha = .0692$ e) $\beta = 0.6083$, styrka = .3917 f) Öka α genom att ändra kritisk region till $C = \{0, 1, 2\}$; nej $\alpha = .2061$; öka stickprovsstorleken

32 a) $H_0 : \mu \geq 0.6$ g/mi $H_1 : \mu < 0.6$ g/mi c) p-värde = 0.0228; ja, förkasta H_0 eftersom chansen att det är fel är så liten som 0.0228; Typ I.

34 a) $H_0 : p \geq .05$ $H_1 : p < .05$ c) p-värde ≈ 0.2451 ; nej

40 a) $H_0 : \mu = 4.6$ mg/litre, $H_1 : \mu > 4.6$ mg/litre b) $0.025 < \text{p-value} < 0.05$; yes c) The mean silicon concentration in the river has increased, thus, the mineral content in the soil is being depleted.

48 a) teststat = 7.738, förkasta H_0 b) teststat = 287.75, förkasta H_0 ; nej

Kapitel 9 2 a. .389 b. .389 +/- .069 c. 1015

6. 1692

16 a) $H_0 : p = 0.8$ $H_1 : p > 0.8$ b) approx 2.33 c) teststat= 2.65, förkasta H_0

26 a) $H_0 : p_1 - p_2 = 0.02$ $H_1 : p_1 - p_2 > 0.02$ b) 1.645 c) teststat= 0.83, förkasta inte H_0 ; Nej d) Typ II

Kapitel 10 2. 0.106

4 a) $N(8, 4/5)$ b) $N(5, 3/6)$ c) $N(0,1)$ d) $N(0,1)$ e) $N(3, \sqrt{89/100})$ f) $N(0,1)$

14 b) 23.8 c) [11-1.77, 11+1.77] d) ja, konfintervallet innehåller bara positiva tal

e) Centrala gränsvärdessatsen

Kapitel 11 2 a) Hyfsad b) Dålig c) Bra

16 a) $b_1 = 1.1608$, $b_0 = -1.4418$

42 a) $b_1 = 0.0004$, $b_0 = 4.85$ b) $\hat{y}_1 = 4.887$, $\hat{y}_2 = 4.885...$ c) $e_1 = 0.113$, $e_2 = -0.185...$ e) $\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

46 a) Ingen b) Samma varians c) Linjäritet d) Samma varians samt att x -värden saknas på mitten

54 Nej

Eriksson och Gavel

6.18 a. $1/(1-5x)$ b. $-2/(1+2x)$ c. $(1+x)^{1/5}$ d. $1/(1-x)^{18}$

6.19 a. $(a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \dots$

b. $a_0 b_0 + (a_0 b_1 + a_1 b_0)x + (a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0)x^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k} x^n$

c. $a_0 + a_1 x^2 + a_2 x^4 + a_3 x^6 + \dots$

6.20. $(1+x+x^2+x^3+\dots)(1+x^5+x^{10}+x^{15}+\dots)(1+x^{10}+x^{20}+x^{30}+\dots)(1+x^{20}+x^{40}+x^{60}+\dots) = \frac{1}{1-x} \frac{1}{1-x^5} \frac{1}{1-x^{10}} \frac{1}{1-x^{20}}$

6.29 a. $1/(1-x)$ b. $e^x - 1$

c. Talföljden blir $a_k = 52!/(52-k)!$ för $k \leq 52$ och 0 i övrigt, och den exponentiella gen funktionen $\sum_{k=0}^{52} \frac{52!}{(52-k)!} \frac{x^k}{k!} = (1+x)^{52}$

6.30 a. Olösligt om k är jämnt, annars ungefär hälften av de totalt 2^k strängarna.

b. $(1+x^2/2!+x^4/4!+\dots)(x/1+x^3/3!+x^5/5!) = 2^0 x^1/1! + 2^2 x^3/3! + 2^4 x^5/5! + \dots$

Grimstead and Snell

8.1.4. STL säger att medelvinsten per omgång är ca -0.0141 med mycket stor slh (godtyckligt nära 1) för stora $n \Rightarrow$ Totalvinsten är ca $-0.0141 \cdot n$ med mycket stor slh för stora n . Alltså förlorar man om n stort med mycket stor slh. Om förlusten $-0.0141 \cdot n$ är liten el ej beror väl på vad man menar - i förhållande t insatsen är den väl liten, men stor blir den ju trots allt till slut.

8.1.8 Nej, man kan inte visa det mha STL eftersom det är för fix ϵ slh går mot 1. Här skulle man behöva ϵ/n .

8.2.2.a) Väntevärde=10, varians =100/3 b) exakta slh är 4/5, 172, 1/10, 0. Jfr med 8.2.1. Slutsats: Chebyshev ger mycket dåliga gränser.

8.2.10 a) $P(65 < X < 75) = P(|X-70| < 5) = 1 - P(|X-70| \geq 5) \geq 1 - 25/25 =$

0 mha Chebyshev. Säger alltså ingenting.

b) $\bar{X}$ = medelvärde för 100 studenter $P(65 < \bar{X} < 75) = P(|\bar{X} - 70| < 5) = 1 - P(|\bar{X} - 70| \geq 5) \geq 1 - 25/(100 \cdot 25) = 0.99$ mha Chebyshev eftersom $Var \bar{X} = \sigma^2/100$.