

M1 Låt  $m_i = E[\text{tid } t \text{ absorption om man startar i tillstånd } i]$

$$m_1 = 1 + 0.5m_2, m_2 = 1 + 2/3m_3 \text{ vilket ger } m_1 = 9/4.$$

M2 a)

$$P(X_{i+1} = x | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_i = x_i) = P(X_{i+1} = x | X_i = x_i).$$

Ofta tänker man sig att man hoppar mellan olika tillstånd och att vid tid  $i$  befinner man sig i tillstånd  $X_i$  – då säger denna egenskap att ”givet nuet beror vad som ska hända i framtiden bara på nuet och ej på det förflutna” ( $i + 1 =$  framtid,  $i =$  idag,  $i - 1, i - 2, \dots, 1 =$  förflutet).

b) Har man en gång kommit till ett sådant tillstånd så stannar man där för alltid, dvs tillstånd  $i$  är absorberande om  $P_{ii} = 1$  och  $P_{ij} = 0, j \neq i$ .

P1 Man vill visa existens av något kombinatoriskt objekt med en viss egenskap. Det kan man göra tex på följande sätt:

- Räkna ut väntevärdet för ett slumpmässigt valt objekt. Det finns alltid minst ett värde  $a \leq$  väntevärdet och ett värde  $b \geq$  väntevärdet.

- Om slh för att slumpmässigt valt objekt ur en ändlig mängd har  $P(A) > 0$  så finns det minst ett objekt med egenskap A, och om  $P(A) < 1$  så finns det minst ett objekt som ej har egenskap A.

P2 a)  $R(k,l) =$  minsta  $n$  sådant att varje 2-färgning av kanterna i den kompletta grafen  $K_n$  innehåller en röd  $K_k$  eller blå  $K_l$ .

Alternativ formulering: minsta  $n$  sådant att varje graf med  $n$  noder innehåller en klick av storlek  $k$  eller en oberoende mängd av storlek  $l$ .

b) Prova med  $n=2,3$  tills alla färgingar uppfyller kravet:

$n=2$ : det finns bara en kant och färgas den röd så saknas både röd triangel ( $K_3$ ) och blå kant ( $K_2$ ). Alltså är  $R(3,2) > 2$ .

$n=3$ :  $2^3 = 8$  möjliga färgningar.

Helröd innehåller röd  $K_3$ , ok.

2 röda, 1 blå ger blå  $K_2$ , ok.

1 röd, 2 blå ger blå  $K_2$ , ok.

Och slutligen helblå innehåller blå  $K_2$ , ok.

Alltså är  $R(3,2)=3$ .