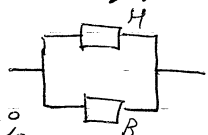


Anta att en maskindell till ett rymdskepp består av två parallella motorer.  Om huvudmotorn är pålitlig till 95%, backup-motorn till 80%, samt maskindelen till 99%.

- (i) Vad är sannolikheten att båda motorerna fungerar?
- (ii) Använd en Venn-diagram för att hitta sannolikheten att huvudmotorn är trasig men backup-motorn fungerar
- (iii) Vad är sannolikheten för 'backup-motorn trasig men huvudmotorn fungerar'?
- (iv) Vad är sannolikheten att maskindelen inte fungerar?

Låt

$A = \{ \text{huvudmotor fungerar} \}$

$B = \{ \text{backup-motor fungerar} \}$

Vi vet att

$$P(A) = 0,95 \quad \Rightarrow \quad P(A^c) = 0,05$$

$$P(B) = 0,80 \quad \Rightarrow \quad P(B^c) = 0,20$$

$$P(A \cup B) = 0,99$$

$$\begin{aligned} (i) \quad P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \\ &= 0,95 + 0,80 - 0,99 = 0,76 \end{aligned}$$

(24. ferts)

6

(ii)

$$P(A^c \cap B) = \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A \quad B \\ \text{[Venn diagram: circle A and circle B, with the intersection shaded]} \end{array} \\ \hline \end{array} = P(B) - P(A \cap B) = 0,80 - 0,76 = 0,04$$

(iii)

$$P(A \cap B^c) = \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A \quad B \\ \text{[Venn diagram: circle A and circle B, with circle A shaded]} \end{array} \\ \hline \end{array} = P(A) - P(A \cap B) = 0,95 - 0,76 = 0,19$$

(iv)

$$P(A^c \cap B^c) = \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A \quad B \\ \text{[Venn diagram: circle A and circle B, with the area outside both circles shaded]} \end{array} \\ \hline \end{array} = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,99 = 0,01$$

(2.14)

(7)

Använd data från föregående uppgift. (24)

- a) Vad är sannolikheten att backup-motorn fungerar om är givet att huvudmotorn är trasig?

$$P(B|A^c) = \frac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{0,04}{0,05} = 0,80$$

- b) Stämmer det att

$$P(\text{backup-motor fungerar}) = P(\text{backup-motor fungerar} \mid \text{huvudmotorn trasig})$$

$$\text{dvs } P(B) = P(B|A^c)?$$

Förräntade du dig att de är lika?

Förklara!

Motorerna fungerar oberoende av varandra, dvs om en motor fungerar eller ej beror ej av om den andra fungerar eller ej.

2.23 En indikator av koppar är en myntk-växt med lilafärgade blommor. Antag för ett visst område att det är 30% chans att jorden har hög kopparhalt och 23% chans att myntan finns där. Om kopparhalten är hög så växer myntan där med sannolikheten 70%.

a) Vad är sannolikheten att kopparhalten är hög och myntan växer där?

Låt $K = \{\text{hög kopparhalt}\}$
 $M = \{\text{mynta finns}\}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(K) = 0,30 & P(K^c) = 0,70 \\ P(M) = 0,23 & P(M^c) = 0,77 \\ P(M|K) = 0,70 \end{cases}$$

$$P(K \cap M) = ?$$

$$P(M|K) = \frac{P(M \cap K)}{P(K)} \Rightarrow$$

$$P(M \cap K) = P(M|K) P(K) = 0,70 \cdot 0,30 = 0,21$$

b) Sannolikheten för ~~hög kopparhalt~~ mynta-förekomst om hög kopparhalt är givet.

$$P(K|M) = \frac{P(K \cap M)}{P(M)} = \frac{0,21}{0,23} \approx 0,91$$

2.36

(9)

Det rapporterades att 50% av alla producerade datachips är defekta.

En inspektion säkerställer att endast 5% av chipsen på lagliga marknaden är defekta. Några chips stals dock innan inspektionen. Om 1% av alla sålda chips är stöldgods, vad är sannolikheten att ett givet chip är stulet om givet att det är defekt?

D = chips defekt

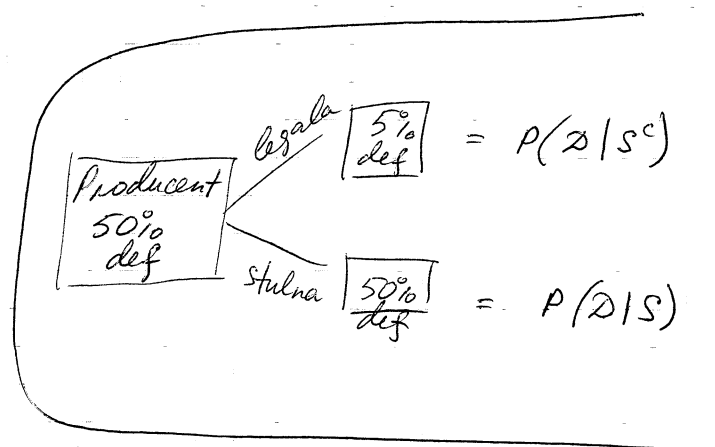
S = chips stulet.

$$P(D|S) = 0,50$$

$$P(D|S^c) = 0,05$$

$$P(S) = 0,01 \Rightarrow P(S^c) = 0,99$$

$$P(S|D) = ?$$

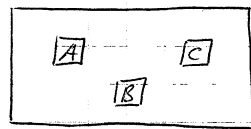


$$P(S|D) = \frac{P(S \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|S) \cdot P(S)}{P(D)}$$

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D|S) \cdot P(S) + P(D|S^c) \cdot P(S^c) = \\ &= 0,50 \cdot 0,01 + 0,05 \cdot 0,99 = 0,0545 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(S|D) = \frac{0,005}{0,0545} \approx 0,092$$

Elnätverk



delstationer

Överlastning i delstation kan orsaka stopp i hela ~~den~~ nätverket.

O = överlastning

$\{A, B, C\}$ = stopp i delstation $\{A, B, C\}$

D = stopp i två eller fler delstationer

$$P(O|A) = 0,01$$

$$P(O|B) = 0,02$$

$$P(O|C) = 0,03$$

$$P(O | \underbrace{(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)}_D) = 0,05$$

$$P(A) = 0,60$$

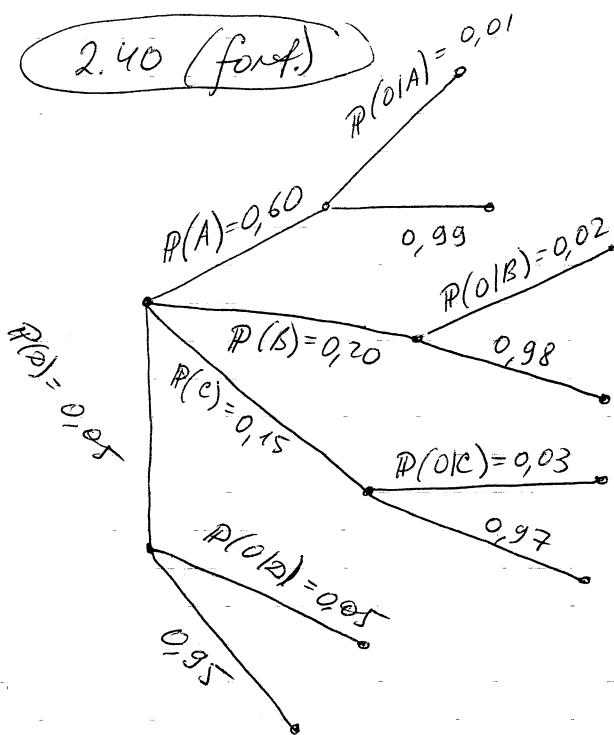
$$P(B) = 0,20$$

$$P(C) = 0,15$$

$$P(\underbrace{(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)}_D) = 0,05$$

Blackout pga överlastning inträffade under en speciell värmebölje.

- $P(\text{överlastning i endast } A) = P(A|O) = \frac{P(A \cap O)}{P(O)}$
- $P(-||- B)$
- $P(-||- C)$
- $P(-||- ; \text{två eller fler})$



$$a) P(A|0) = \frac{P(A \cap 0)}{P(0)} =$$

$$= \frac{P(0|A)P(A)}{P(0)} =$$

$$= \frac{P(0|A) \cdot P(A)}{P(0|A)P(A) + P(0|B)P(B) + P(0|C)P(C) + P(0|D)P(D)} =$$

$$= \frac{0,01 \cdot 0,60}{0,01 \cdot 0,60 + 0,02 \cdot 0,20 + 0,03 \cdot 0,15 + 0,05 \cdot 0,05} =$$

$$= 0,3529$$

$$b) P(B|0) = \frac{P(B \cap 0)}{P(0)} = \frac{P(0|B) \cdot P(B)}{P(0|A)P(A) + P(0|B)P(B) + P(0|C)P(C) + P(0|D)P(D)} =$$

$$= \frac{0,02 \cdot 0,20}{0,014} = 0,2353$$

$$c) P(C|0) = p_{ss} = 0,2647$$

$$d) P(D|0) = p_{ss} = 0,1471$$