Felsannolikheten α är risken att man felaktigt tror sig ha bevisat en falsk hypotes

Felsannolikheten β är risken att man inte lyckas med att bevisa en sann hypotes

Det är svårt att samtidigt hålla båda felsannolikheterna små samtidigt

Vi ska gå igenom en standardteknik där man kontrollerar α och inte bryr sig om β

Exempel 1 Antag att vi har 2000 längdskidåkare vid en tävling. Under tävlingen genomförs en dopingkontroll och 850 prövas possitivt för doping. Kan man anta att 50% av alla längdskidåkare dopar sig, d.v.s. är det en liten sannolikhet att färre än 850 åkare dopar sig? Tänk till och motivera det du kommer fram till. Räknetips: Använd binomialfördelningens approximationsegenskaper.

Exempel 2 Antag att Pontus Foxtrot vill slå vad med dig om att han med tärningen han håller i handen kommer att kasta minst 25 sexor på 100 försök. Pontus vill satsa 10 USD och undrar lite småtyket om du vågar hålla emot?

Rutan längst ned på sidan 326:

> The **null hypothesis**, denoted by H_0, is the claim about one or more population or process characteristics that is initially assumed to be true. The **alternative hypothesis**, denoted by H_a, is the claim that is contradictory to H_0.
>
> The null hypothesis will be rejected in favor of the alternative hypothesis only if sample evidence suggests that H_0 is false. If the sample does not strongly contradict H_0, we will continue to believe in the truth of the null hypothesis.
>
> The two possible conclusions from a hypothesis-testing analysis are then *reject* H_0 or *fail to reject* H_0.

Definition på sida 328:

> A **type I error** is the error of rejecting H_0 when H_0 is actually true.
>
> A **type II error** consists of not rejecting H_0 when H_0 is false.

Definition på sida 329:

> Maximala sannolikheten att begå ett typ-I-fel skrives α och kallas för testets *signifikansnivå*. Så att om man t.ex. väljer att testa på ”nivån” $\alpha = 0.01$, så ska risken att felaktigt förkasta en sann nollhypotes vara ≤ 0.01.
>
> Sannolikheten att göra ett typ-II-fel skrives β.
>
> $1-\beta$ brukar man kalla testets *styrka*.

Rutan om P-värde på sidan 331:

> P-värdet eller den observerade signifikansnivån är sannolikheten för ett minst lika extremt värde som det vi erhöll (beräknad under antagandet att H_0 är sann). Ju lägre P-värdet är, desto mer osannolikare är nollhypotesen.

Exempel 8.4 på sidorna 331-332.

Recommended Daily Allowance: $\mu_0 = 15$

Data: $n = 115,\ \bar{x} = 11.3,\ s = 6.43$

Testproblem: $H_0 : \mu \leq 15$ mot $H_a : \mu < 15$

Teststatistika: $z = \dfrac{\bar{x} - 15}{s/\sqrt{n}} \overset{\text{ap}}{\sim} \mathrm{N}(0,1)$ enl cgs

Observerat värde av z: $z = \dfrac{\bar{x} - 15}{s/\sqrt{n}} = \dfrac{11.3 - 15}{6.43/\sqrt{115}} \approx -6.17$

P-värde: $P(Z \leq -6.17) \approx 0$

Slutsats: Förkasta $H_0 : \mu \leq 15$

One-sample t-test

Förutsättning: n st oberoende $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$-observationer.

Data: $n,\ \bar{x},\ s$

Teststatistika: $t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

Test av $H_0 : \mu \leq \mu_0$ mot $H_a : \mu > \mu_0$
förkasta H_0 då $P(T > t) \leq \alpha$

Test av $H_0 : \mu \geq \mu_0$ mot $H_a : \mu < \mu_0$
förkasta H_0 då $P(T < t) \leq \alpha$

Test av $H_0 : \mu = \mu_0$ mot $H_a : \mu \neq \mu_0$
förkasta H_0 då $P(T > |t|) \leq \alpha/2$

Exempel 8.5 på sida 339.

MAWL i kg

Data: $25.8,\ 36.6,\ 26.3,\ 21.8,\ 27.2$
$n = 5,\ \bar{x} = 27.54,\ s = 5.47$

Testproblem: $H_0 : \mu \leq 25$ mot $H_a : \mu > 25$

Teststatistika: $t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

Beräkning av värdet av t: $t = \dfrac{27.54 - 25}{5.47/\sqrt{5}} \approx 1.0$

P-värde: $P(T > t) = P(T > 1.0) = 0.187$

Slutsats: Går inte att förkasta $H_0 : \mu \leq 25$ på någon rimligt nivå α

Two-sample t-test

Förutsättning: Ett stickprov bestående av n_1 st oberoende $\mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1)$-observationer och ett stickprov bestående av n_2 st oberoende $\mathrm{N}(\mu_2, \sigma_2)$-observationer. De två stickproven ska vara oberoende.

Data: $n_1,\ \bar{x}_1,\ s_1$ samt $n_2,\ \bar{x}_2,\ s_2$

Teststatistika: $t = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} \sim t(\mathrm{df})$ där

$$\mathrm{df} \approx \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\dfrac{s_1^2/n_1}{n_1 - 1} + \dfrac{s_2^2/n_2}{n_2 - 1}}$$

Test av $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ mot $H_a : \mu_1 > \mu_2$
förkasta H_0 då $P(T > t) \leq \alpha$

Test av $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ mot $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$
förkasta H_0 då $P(T > |t|) \leq \alpha/2$

Exempel 8.6 på sidorna 341-344.

Data 1: $n_1 = 10,\ \bar{x}_1 = 2902.8,\ s_1 = 277.3$

Data 2: $n_2 = 8,\ \bar{x}_2 = 3108.1,\ s_2 = 205.9$

Test av $H_0 : \mu_2 \leq \mu_1$ mot $H_a : \mu_2 > \mu_1$

Teststatistika: $t = \dfrac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} \sim t(\mathrm{df})$ där

$$\mathrm{df} \approx \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\dfrac{s_1^2/n_1}{n_1 - 1} + \dfrac{s_2^2/n_2}{n_2 - 1}}$$

Observerade värden: $t \approx 1.8$, $\mathrm{df} = 15.94 \approx 15$

P-värde: $P(T > 1.8) = 0.046$

Slutsats: $H_0 : \mu_2 \leq \mu_1$ kan förkastas på nivån $\alpha = 0.05$ men ej på nivån $\alpha = 0.01$.