Tentamen i MSG100 Sannolikhetsteori 1, Göteborgs Universitet. Deltentamen 1, 7.5 hp.
Tid: Måndagen den 18 Augusti 2014, 8.30-12.30.
Examinator och Jour: Olle Nerman, tel. 7723565, rum 3056, MV, Chalmers.
Hjälpmedel: Miniräknare, egen formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medhörande tabeller.
Betygsgränser: För betyget G fordras 12 poäng, för betyget VG 20 poäng.

---

1. Du kastar en vanlig **6**-sidig tärning **6** gånger. Vad är
   a) Sannolikheten att du får utfallen **1,2,3,4,5 och 2** i precis denna ordning. (1p)
   b) Sannolikheten att du får utfallen **1,2,3,4,5 och 2** i vilken ordning som helst. (2p)
   För en viss exponentialfördelad stokastisk variabel **X** är sannolikheten att få ett utfall i intervallet **[3,∞]** lika med **0.6** . Bestäm median, väntevärde och varians för **X**. (3p)
2. Låt **Y** vara minimum av **4** oberoende stokastiska variabler som alla är likformigt fördelade på intervallet **[0,10]**.
   a) Bestäm fördelningsfunktionen och sannolikhetstätheten för **Y**. (2p)
   b) Bestäm väntevärdet och variansen för **Y**. (2p)
3. En stokastisk variabel **X** är normalfördelad med väntevärdesparameter μ och standardavvikelseparameter σ. Bestäm båda parametrarna μ och σ (med god approximation) från vetskapen att sannolikheten $P(X<3)=0.7$ och sannolikheten $P(X>10)=0.01$. (2p)
4. Antag att **Y** är Poissonfördelad med väntevärdet = **3**. Vad är då Momentgenererande funktionen för **Y**? (2p)
5. Antag att $X= (X_1, X_2,\ldots.., X_k)$ är Multinomialfördelad med antalsparametern **n** och sannolikhetsparametrarna $p_1=0.1, p_2=0.3, \ldots.., p_k=0.05$.
   a) Vad är kovariansen mellan X_1 och X_2. (1p)
   b) Vad är korrelationen mellan X_1 och X_2? (1p)
   c) Vad är variansen för X_2-X_1? (2p)
6. Reglerna för en viss hotellhiss är att högst **15** personer får åka i hissen. Tanken är att om **15** män med vikter (inklusive portföljer mm) slumpmässigt och oberoende valda från en fördelning med väntevärdet **85 Kg** och standardavvikelsen **13 Kg** så skall sannolikheten vara riktigt liten för händelsen **A** att totalvikten överstiger **1375 Kg (**en viktgräns som absolut inte bör överskridas av säkerhetsskäl) .

   a) Antag att du får använda centrala gränsvärdessatsen och beräkna approximativt sannolikheten för händelsen **A** ovan. (2p)
   b) Du blir tveksam om huruvida centrala gränsvärdessatsen fungerar så långt ut i fördelningens svans och bestämmer dig för att uppskatta sannolikheten för **A** uppåt med hjälp av Chebyshevs olikhet. Vad blir då din överuppskattning? (2p)
   c) Japanska landslaget i Sumobrottning kommer på besök till hotellet och du förstår att dina kalkyler är lite väl optimistiska. Diskutera vad som är det gemensamma modellproblemet i både centrala gränsvärdesansatsen och användandet av Chebyshevs olikhet . (1p)

   Vänd !

7. Ge exempel på ett sannolikhetsförsök med **3** händelser **A**, **B** och **C** som är sådana att sannolikheterna **P(A)=P(B)=P(C)= 0.5** och där händelsen **A** är oberoende av händelsen **B**, händelsen **B** är oberoende av händelsen **C**, men händelserna **A** och **C** inte kan inträffa samtidigt. (3p)

8. Låt **X** vara antalet oberoende försöksupprepningar som behöver göras till och med att en händelse **A** med sannolikheten **p**, inträffar för första gången.

a) Vad är sannolikheten att **X** får ett udda utfall? (dvs för att **X** tillhör mängden **{1,3,5,7,….}**) (2p)

b) Låt nu **Y=** antalet försöksupprepningar som behövs till och med att händelsen inträffar för andra gången. Vad är sannolikheten att **Y** får ett udda utfall? (2p)

Lycka till!