Matematik Chalmers

Tentamen i TMV035 Analys och linjär algebra K Kf Bt, del A, 2006–01–12 e V

Telefon: Oscar Marmon 0762–721860
Inga hjälpmedel. Kalkylator ej tillåten.

Varje uppgift är värd 10 poäng, totalt 50 poäng. Skriv väl, motivera och förklara vad du gör; endast välformulerade lösningar ger full poäng!

Betygsgränser: 3: 20–29p, 4: 30–39p, 5: 40–.

Lösningar anslås på kursens hemsida efter tentamens slut. Rättningsprotokollet anslås på kursens hemsida och i Matematiskt Centrum.

---

1. Innehållet i filerna `fixpoint.m` och `funk.m` finns på baksidan av detta blad.

(a) Redogör för vad som utförs efter följande kommandorad i MATLAB: (6 p)

```
>> z=1; tolerans=0.5; f='funk'; y=fixpoint(f,z,tolerans)
```

Gå igenom programmen steg för steg och redovisa allt, varje villkor, varje siffra som beräknas.

(b) Samma uppgift för kommandoraden (2 p)

```
>> z=1; tolerans=0.5; f='funk'; y=fixpoint(g,x0,tol)
```

(c) Samma uppgift för kommandoraden (2 p)

```
>> help fixpoint
```

2. Låt $a = (1, 1, 1)$, $b = (1, 2, 3)$.

(a) Skriv ned ekvationen för det plan som går genom origo och som är ortogonalt mot vektorn a.

(b) Beräkna projektionen av b på detta plan.

(c) Skriv en m-fil som beräknar arean av den parallogram som spänns upp av två vektorer i $\mathbf{R}^2$. Hitta även på och räkna igenom ett testexempel.

3. (a) Bestäm derivatan av $f(x) = x^{-1}$ med hjälp av derivatans definition.

(b) Beräkna med hjälp av deriveringsregler derivatan $f'(x)$ för $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

4. (a) Skriv ned definitionen av Cauchy-följd.

(b) Visa att följden n^{-2} är Cauchy.

(c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{n\to\infty} \frac{1+2n+3n^2}{4+5n+6n^2}$.

5. Formulera och bevisa Bolzanos sats. Du får delpoäng även om du bara klarar en del av uppgiften.

Vänd!

Filen `fixpoint.m` innehåller

```
function x=fixpoint(g,x0,tol)
% fixpoint - fixed point iteration for the scalar equation x=g(x)
%
%   Syntax:
%           x = fixpoint(g,x0,tol)
%   Arguments:
%           g - string containing the name of a function file
%           x0 - a real number, the initial approximation
%           tol - a tolerance
%   Returns:
%           x - an approximate solution

x=feval(g,x0);
z=x-x0;

while abs(z)>tol
  x1=x;
  x=feval(g,x);
  z=x-x1;
end
```

Filen `funk.m` innehåller

```
function y=funk(x)
y=1/(2+x);
```

/stig

TMV035 Analys och linjär algebra K Kf Bt, del A, 2006–01–12 e V. Lösningar.

---

1. (a)

$$\begin{aligned}
&x_0 = 1, \quad x = \frac{1}{3}, \quad z = -\frac{2}{3} \\
&\text{test } |z| = \frac{2}{3} > 0.5 = \text{tol} \quad \text{sant} \\
&x_1 = \frac{1}{3}, \quad x = \frac{3}{7}, \quad z = \frac{2}{21} \approx 0.1 \\
&\text{test } |z| = \frac{2}{21} > 0.5 = \text{tol} \quad \text{falskt} \\
&\text{svaret blir } y = x = \frac{3}{7}
\end{aligned}$$

(b) Fel: g, x_0, tol är odefinierade.

(c) Följande skrivs ut:

```
% fixpoint - fixed point iteration for the scalar equation x=g(x)
%
%   Syntax:
%           x = fixpoint(g,x0,tol)
%   Arguments:
%           g - string containing the name of a function file
%           x0 - a real number, the initial approximation
%           tol - a tolerance
%   Returns:
%           x - an approximate solution
```

2. (a)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

(b)

$$Pb = b - \frac{b \cdot a}{|a|^2} a = (1, 2, 3) - \frac{6}{3}(1, 1, 1) = (-1, 0, 1).$$

(b) Vi skriver filen `area.m`:

```
function A=area(a,b)
A=a(1)*b(2)-a(2)*b(1);
A=abs(A);
```

På kommandoraden skriver man sedan:

```
>>  A=area([1 1], [1 2])
```

och svaret blir $A = 1$.

3. (a) Se boken.

(b)

$$f'(x) = \frac{1}{(1 + x^2)^{3/2}}$$

4. (a), (b) se boken.
(c) $\frac{1}{2}$

5. Se boken.

`/stig`