

Hemuppgift 2

Sannolikhetssteori 1, ht 2005.

Sista inlämningsdag: 4 oktober, 2005

Uppgift 1. En urna innehåller fyra vita och sex svarta kulor, en annan urna sex vita och fyra svarta kulor. Man flyttar på måfå en kula från den första till den andra urnan, och samtidigt en kula från den andra till den första urnan. Om man sedan tar en kula från den andra urnan, vad är då sannolikheten att den är vit?

Uppgift 2. Man betraktar familjer med tre barn och antar att barnens kön är oberoende av varandra. Bevisa det följande: Om sannolikheten att barnet är en pojke är p ($0 < p < 1$), är händelserna

$$A = \{ \text{det finns minst en pojke och en flicka i familjen} \}$$

$$B = \{ \text{det finns högst en flicka i familjen} \}$$

oberoende om och endast om $p = \frac{1}{2}$.

Uppgift 3. En boll är i en av n lådorna. Den är i låda i med sannolikhet P_i . Om bollen är i låda i , kan man hitta den under sökandet av den lådan med sannolikhet α_i . Vad är den betingade sannolikheten att bollen är i låda j givet att man inte hittade den under sökandet av låda i ?

Uppgift 4. Man väljer först ett av talen 1,2,...,7 på måfå. Säg att det valda talet är i . Sedan väljer man ett av talen 1,..., i på måfå. Låt

$$A_i = \{ \text{1. talet är } i \}$$

$$B_k = \{ \text{2. talet är } k \}$$

Rapportera sannolikheterna $p_{ij} = P(A_i \cap B_k)$ som en tabell. Beräkna

a) $P(B_1)$

b) $P(A_3|B_1)$

c) $P(\{\text{det 1. och 2. talet är samma}\})$.