

ATT LÖSA DIOFANTISKA EKVATIONER MED HJÄLP AV FOURIERANALYS

JULIA BRANDES

Lagranges sats säger att varje heltal kan skrivas som en summa av högst fyra kvadrattal. På 1700-talet frågade E. Waring om likadana påståenden gäller även för högre potenser: Finns det något tal $G(k)$ sådant att varje (tillräckligt stort) heltal kan skrivas som en summa av k -te potenser där antalet termer är högst $G(k)$? Frågan blev känd under namnet *Waringska problemet* och är fortfarande inte fullständigt utredd: Vi vet att ett sådant tal $G(k)$ existerar och är ändligt för alla k , men värdet är bara känt i fallen $k = 2$ och $k = 4$. Att hitta övre gränser för $G(k)$ är fortfarande ett hett forskningsområde med stora genombrottsresultat under de senaste åren.

Vi ska närma oss frågan från ett Fourier-analytiskt håll och lära oss de viktigaste teknikerna om hur ett sådant problem kan angripas. Genom att Fourier-transformera indikatorfunktionen på lösningsmängden kan vi uttrycka lösningsantalet som en oscillerande integral, som kan utvärderas i ett samspel mellan metoder ur talteori (för huvudtermen) och medelvärdsuppskattningar ur harmonisk analys (som hjälper att kontrollera feltermerna).

Målet är att förstå teorin bakom det klassiska resultatet att $G(k) \leq 2^k + 1$. I mån av tid, intresse och gruppstorlek kan vi även titta på modernare metoder som ger mycket starkare resultat.

Gruppstorlek: 3 – 6

Förkunskaper: Elementär talteori (kongruenser etc) och lite Fourieranalys

Handledare: Julia Brandes, brjulia@chalmers.se