LMN 100 HT-05 : Hemtenta (Delkurs 4)

Riktlinjer

1. Motivera alla dina svar. Inga poäng kommer att ges för korrekta men helt omotiverade svar.

2. Circa 50 procent krävs för G.

3. Man kan jobba i grupper men alla ska skriva sina egna lösningar. Skriv på 1:a bladet av ditt manus vem du har samarbetat med.

4. Svaren till de flesta uppgifterna är ganska knasiga tal som kan uttryckas mest naturligt i termer av produkter av tal, binomialkoefficienter osv. I sådana fall behöver du inte räkna ut svaren som decimaltal, men du kan om du vill m.h.a. en miniräknare. Fråga mig om du är osäker på denna punkt för en specifik uppgift.

5. Du uppmuntras starkt att kontakta mig om du vill ha hjälp eller om du vill kolla ett svar. Det skulle bli en väldigt glad överraskning om någon eller några lyckades lösa alla uppgifterna utan någon som helst hjälp från mig.

6. Den absoluta tidsgränsen för inlämningen är kl 1100 på måndagen den 16/1. Tentorna beräknas vara färdigrättade den 23/1.

Uppgifterna

1. Baseboll är en lagsport där ett lag består av 9 spelare där alla har en given position (P,C,1B,2B,SS,3B,LF,CF,RF). Given en trupp bestående av 25 spelare

(i) på hur många sätt kan coachen välja ut laget (dvs välja ut 9 spelare och ge alla deras positioner) ?

(ii) om två av de 25 spelarna heter Joe och Jim (och ingen annan heter så), vad är sannolikheten att varken Joe eller Jim finns med i laget om coachen väljer ut spelarna på måfå ?

2. Hur många 8-siffriga tal har exakt 3 jämna siffror ?

3. Om en tärning kastas 20 gånger, vad är sannolikheten att

(i) 1 visas aldrig

(ii) 1 visas tre gånger

(iii) 1 visas fyra gånger och 2 och 3 visas sammanlagt sex gånger ?

4. Spelartruppen för en fotbollsklubb består av 22 spelare, varav 3 är målvakter, 6 är backar, 8 är mittfältare och 5 är anfallare.

Coachen föredrar spelsystemet 4-4-2, dvs målvakt + 4 backar + 4 mittfältare + 2 anfallare. Hur många möjligheter har coachen för uttagningen av laget om

(i) han tar hänsyn till inbördesordningen i varje lagdel

(ii) han gör inte detsamma ?

5. Man har sex olika färger tillhands och ska färglägga hörnen i följande figurer s.a. förbindade hörn alltid får olika färger. Hur många möjliga färgläggningar har man för varsin figur ?

Fig. 1 : en kors med en nod i mitten.

Fig. 2 : tre trianglar ihopkopplade s.a. varje par har en sida gemensam.

6. Lägg ihop talen i varje rad av Pascals triangel. Det blir ett tydligt mönster.

(i) Vad är mönstret ?

(ii) Förklara mönstret.

7. Tillbaka till restaurangmenyn med 6 förrätter, 8 huvudrätter och 7 efterrätter.

(i) Hur många olika 2-rätters middagar (dvs F+H, F+E eller H+E) kan man beställa ?

(ii) säg att två gäster kommer separat till restaurangen och var och en väljer sin middag bestående av F+H+E. Vad är sannolikheten att det blir någon överlappning mellan deras val ?

8. *Heltalsgittret* består av alla punkterna i planet vars både x- och y-koordinatorna är heltal. En *väg* i detta gitter består av hopp mellan närliggande punkter (ej diagonalt).

(i) Hur många olika vägar finns det mellan $(0,0)$ och $(18,10)$ där varje hopp är antingen till höger eller uppåt ?

(ii) Hur många olika vägar finns det mellan $(0,0)$ och $(36,0)$ som uppfyller följande tre krav : (a) vägen går genom $(18,10)$ (b) den delen av vägen mellan $(0,0)$ och $(18,10)$ består bara av hopp till höger eller uppåt (c) den delen av vägen mellan $(18,10)$ och $(36,0)$ består bara av hopp till höger eller nedåt ?

9. Hur många pokergiv (5 kort av 52 st) ger

(i) minst tre kort i samma färg

(ii) två par, men varken kåk eller fyrtal ?

10. Två av er (ni är 48 st till antal) väljs på måfå som klassföreståndare. Någon är missnöjd och begär omval. Så två av er väljs igen på måfå. Vad är sannolikheten att

(i) samma två personer väljs båda gångarna ?

(ii) exakt en av de två som valdes 1:a gången väljs igen den 2:a gången ?

(iii) två nya personer väljs den 2:a gången ?