MATEMATIK Dag : 040110 Tid : 8.45 - 13.15.
Chalmers Tekniska Högskola Hjälpmedel : Inga
Peter Hegarty Vakt : Henrik Seppänen 0740-350646.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (TMA 055)

62 poäng på denna tenta och 147 poäng totalt, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkännt.

Obs! Du får använda satser från föreläsningsanteckningarna eller kursboken utan att bevisa dem.

1 (25p) Ange resten vid division med 60 av

$$(7^{50} + 13^{65})^{12}$$

2 (25p) Lös fullständigt recurrence relationen

$$u_0 = 2, \quad u_1 = 3,$$
$$u_n = 5u_{n-1} - 4u_{n-2} + 4^n, \quad \forall\, n \geq 2.$$

3 (25p) Ange alla heltalslösningar till systemet

$$4x \equiv 3 \pmod 9$$
$$x \equiv 2 \pmod{14}$$
$$x \equiv 1 \pmod{25}.$$

Ange speciellt den minsta positiva lösningen.

4 (25p) Du väljer 30 kort ur en vanlig kortlek med 52 kort, och är bara intresserad av hur många kort av varje färg du får. Hur många möjliga resultat finns det ?

(Obs! En vanlig kortlek består av 13 kort i vardera av de fyra färgerna hjärter, ruter, spader och klöver).

5 (12p+13p) (i) För varje positivt jämnt heltal n, ge ett exempel av en enkel graf med n noder, $n^2/4$ kanter och inga udda cykler.
(ii) Man hänvisas till grafen till vänster i Fig. 15.13. Tillämpa Dijkstras algoritm för att hitta en kortaste väg från s till t. Skriv ner vilken kant du väljer i varje steg.

6 (13p+12p) (i) Låt n vara ett positivt heltal. Förenkla så mycket som möjligt den dubbla summan

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=i}^{n}\binom{n}{i}\binom{n-i}{k-i}.$$

(Tips : Betrakta den inre summan över k först).

(ii) Förklara varför $(0,0,0)$ är den enda heltalslösningen till ekvationen

$$2x^{100}+3y^{100}=4z^{100}.$$

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 17 januari. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.