MATEMATIK Dag : 031020 Tid : 08.30 - 13.00.
Chalmers Tekniska Högskola Hjälpmedel : Inga
Peter Hegarty Vakt : ?? 0740-350646.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (TMA 055)

26 poäng på denna tenta och 50 poäng totalt, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkännt.

1 (11p) Ange den allmäna lösningen till den Diofantiska ekvationen

$$13x + 21y = 2000.$$

Ange dessutom alla positiva lösningar (dvs de lösningar där både $x > 0$ och $y > 0$).

2 (11p) Lös fullständigt recurrence relationen

$$\begin{aligned} u_0 = 1, \quad u_1 = 2, \\ 2u_{n+2} - 11u_{n+1} + 15u_n = 3^n + n, \quad \forall\, n \geq 0. \end{aligned}$$

3 (11p) Ange alla heltalslösningar till systemet

$$\begin{aligned} 2x &\equiv 1 \pmod 9 \\ 3x &\equiv 2 \pmod{13} \\ 4x &\equiv 3 \pmod{19}. \end{aligned}$$

Ange speciellt den minsta positiva lösningen.

5 (5p+6p) Man hänvisas till grafen G i Fig. 8.89. Låt G_0 beteckna den oriktade och oviktade grafen man får då man tar bort pilarna och viktarna.

(i) Ange (med bevis) $\chi(G_0)$ och en explicit optimal färgning av G_0.

(ii) Tillämpa Ford-Fulkerson algoritmen för att hitta ett maximalt flöde från nod 1 till nod 8. Skriv ner flödet längs varje kant. Ange dessutom en motsvarande cut av minimal capacitet.

5 (7p+7p+8p) (i) Hur många poker giv innehåller minst tre färgade kort ?

(Ett poker giv består av 5 valfria kort ut av 52. De färgade korten är J,Q,K och A och de icke-färgade korten är 2,3,...,9,10.)

(ii) Ange antalet surjektiva funktioner från $\{1, 2, ..., 100\}$ till $\{1, 2, 3\}$.

(Kom ihåga att en funktion $f : X \to Y$ kallas för *surjektiv* om, för varje $y \in Y$ så finns det minst ett $x \in X$ s.a. $f(x) = y$.)

(iii) Bevisa att $(0, 0, 0)$ är den enda lösningen till den Diofantiska ekvationen

$$x^6 + y^6 = 3z^6.$$

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 27 oktober. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.