MATEMATIK Dag : 060829 Tid : 08.30 - 13.00.
Chalmers Tekniska Högskola Hjälpmedel : Inga
Peter Hegarty Vakt : Mattias Sunden x8294 el. 0730-792979.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (TMA 055)

26 poäng på denna tenta och 50 poäng totalt, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkännt.

1 (11p) Ange den allmänna lösningen till den Diofantiska ekvationen :

$$20x + 33y = 2000.$$

Ange dessutom alla lösningar med både x och y positiva.

2 (11p) Lös fullständigt recurrence relationen

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 1,$$
$$u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2} + 2^n + 1, \quad \forall\, n \geq 2.$$

3 (11p) Ange resten vid division med 88 som lämnas av

$$(3^{122} + 5^{83} + 35)^{42}.$$

4 (5p+6p) Man hänvisas till grafen i Fig. 1.
(i) Ange (med bevis) $\chi(G)$ och en explicit optimal färgläggning av G.
(ii) Tillämpa Dijkstras algoritm för att hitta en kortaste väg mellan v och w (OBS! Skriv ner vilken kant du väljer i varje steg).

5 (7p+7p+8p) (i) På hur många olika sätt kan 2000 likadana gummistövlar fördelas mellan 20 personer om varje person ska få ett jämnt antal stövlar (av naturliga skäl !) och minst 30 st. ?

Obs! Du behöver inte räkna ut svaret som ett decimaltal.

(ii) Hur många surjektiva funktioner finns det från $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ till $\{1, 2, 3, 4\}$?

(iii) Förklara varför det finns oändligt många heltal som inte kan skrivas på formen

$$16x^{100} + 23y^{100} - 11z^{100} - 54w^{100} + 72r^{100} - 97s^{100}.$$

(Tips : Tänk F + lådprincipen).

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 4 september. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00 och via email om du skriver till hegarty@math.chalmers.se