MATEMATIK Dag : 070120 Tid : 08:30 - 13:00.
Chalmers Tekniska Högskola Hjälpmedel : Inga
Peter Hegarty Vakter : Peter Hegarty 0733-428321.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (TMA 055)

26 poäng på denna tenta och 50 poäng totalt, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkännt.

1 (11p) Lös fullständigt rekursionsformeln

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 1,$$
$$u_n = 6u_{n-1} - 5u_{n-2} + 2^n + 3, \quad \forall\, n \geq 2.$$

2 (11p) Ange resten vid division med 104 som lämnas av

$$(3^{97} + 11^{146} + 1)^{46}.$$

3 (2x2p+7p) Man hänvisas till grafen G i Fig. 1.

(i) Låt G_0 vara den underliggande oriktade grafen. Ange en Hamiltoncykel (resp. Eulercykel) i G_0 eller förklara varför ingen sådan cykel finns om så är fallet.

(ii) Tillämpa Ford-Fulkerson algoritmen för att hitta ett maximalt flöde mellan s och t och en motsvarande minimal cut (Obs! Skriv ner vilken augmenting väg du väljer i varje steg, tillsammans med det slutgiltiga flödet och cut).

4 (3p+6p+3p) (a) Vi betraktar pokergiv bestående av 9 (Obs! nio) valfria kort från en vanlig kortlek med 52 kort. Hur många sådana pokergiv

(i) innehåller fler röda än svarta kort ?

(ii) innehåller minst ett kort i var och en av valörerna $2, 3$ och 5 ?

(b) Samma förutsättningar som ovan men betrakta nu korten i samma färg som identiska. Hur många möjliga giv finns det totalt ?

Obs! Du behöver inte räkna ut svaren som decimaltal

5 (2p+7p) (i) Definiera vad som menas med en *derangement* av ett antal föremål.

(ii) Formulera och bevisa en rekursionsformel för antalet derangements av n st. föremål ($n > 0$).

6 (6p+6p) (i) Låt G vara en sammanhängande enkel graf med lika många noder som kanter. Bevisa att $\chi(G) \leq 3$.

(ii) Bevisa att en summa av två st udda heltalskvadrater kan aldrig vara en heltalskvadrat.

(Tips : Tänk modulo 4).

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 26 januari. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00 och via email om du skriver till hegarty@math.chalmers.se