MATEMATIK Dag : 061023 Tid : 14.15 - 18.45.
Chalmers Tekniska Högskola Hjälpmedel : Inga
Peter Hegarty Vakter : Peter Hegarty 0733-428321.

Tentamenskriving i Diskret Matematik (TMA 055)

26 poäng på denna tenta och 50 poäng totalt, inkl. poängen från inlämningsuppgifterna, ger godkännt.

1 (11p) Lös fullständigt rekursionsformeln

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 1,$$
$$u_n = 8u_{n-1} - 15u_{n-2} + 3^n + 1, \quad \forall\, n \geq 2.$$

2 (11p) Ange resten vid division med 90 som lämnas av

$$(11^{73} + 19^{50} + 5)^{95}.$$

3 (5p+6p) Man hänvisas till grafen G i Fig. 1.

(i) Låt G_0 vara den underliggande oriktade grafen. Ange (med bevis) $\chi(G_0)$ och en explicit optimal färgläggning av G_0.

(ii) Tillämpa Ford-Fulkerson algoritmen för att hitta ett maximalt flöde mellan s och t (Obs! Skriv ner vilken augmenting väg du väljer i varje steg).

4 (3p+3p+6p) Säg att 42 personer skriver denna tenta, och låt oss vara optimistiska och antaga att alla klarar sig. Hur många möjligheter lämnar detta för fördelningen av betygen om

(i) inga fler villkor tilläggs och vi är INTE intresserade av vem som får vilket betyg.

(ii) lika många personer ska få varje betyg och vi ÄR intresserade av vem som får vilket betyg.

(iii) högst 18 personer ska få samma betyg och vi är INTE intresserade av vem som får vilket betyg.

Obs! Du behöver inte räkna ut svaren som decimaltal

5 (2p+7p) (i) Definiera Stirlingtalen av 2:a arten $S(n,k)$.
(ii) Formulera och bevisa en rekursionsformel för dessa tal.

6 (6p+6p) (i) Ingen av följande talföljder kan vara listan av gradtalen till noderna i en enkel graf. Förklara i båda fallen varför :

(a) $1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5$.

(b) $2, 3, 3, 3, 4, 4, 6, 9, 9, 9$.

(ii) Enligt Cayleys sats så finns det $5^3 = 125$ olika labelled träd på fem noder. Bevisa detta.

(Obs! Kom ihåg att två labelled träd betraktas som identiska om de är isomorfa med de givna labellings).

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 30 oktober. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00 och via email om du skriver till hegarty@math.chalmers.se