

MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola

Hjälpmedel: inga, ej heller räknedosa
Datum: 2007-02-29 kl. 13.15–13.45

Linjär Algebra Z, Dugga 3

NAMN:

Personnummer:

Övningsgrupp: ...

1 Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Fyra svar rätt ger 2p. Om antalet korrekta svar överstiger antalet felaktiga svar med två eller tre så får du 1 poäng. (2p)

- (a) Om en 4×4 matris har egenvärdena 1, 2 och 3, och inga fler, så är matrisen inte inverterbar. Svar:
- (b) Låt $T : V \rightarrow V$ vara en linjär avbildning på ett vektorrum. Fixpunktmängden till T består av alla $\mathbf{v} \in V$ sådan att $T(\mathbf{v}) = \mathbf{v}$. Då gäller att fixpunktmängden är ett underrum i V . Svar:
- (c) I ett n -dimensionellt vektorrum kan man inte hitta $n + 1$ linjärt oberoende vektorer. Svar:
- (d) Om en 13×15 matris A har ett 4-dimensionellt nollrum så är $\text{rang}(A) = 9$. Svar:

2 Låt $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2\}$ och $\mathcal{C} = \{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2\}$ vara två olika baser för $\mathbb{R}^2$ där

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Bestäm koordinatvektorn $[\mathbf{x}]_{\mathcal{C}}$ där $\mathbf{x} = \mathbf{b}_1 + 3\mathbf{b}_2$.

3 Ange dimensionerna av rad-, kolonn- och nollrummen till följande matris och ange dessutom baser till alla tre.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -7 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}.$$