

Pedagogiskt projekt: Matematik IT

Johan Jonasson
Matematiska institutionen
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

29 januari 2003

1 Bakgrund och problemställning

Kursen Matematik IT är en 10 p nybörjarkurs i matematik som ges under lp 1 och 2 på IT-programmet. Kursen innehåller väsentligen Diskret matematik, sannolikhets teori och logik. Kursens syfte är främst att ge studenterna redskap att handskas med den fortsatta utbildningen och med sitt framtida yrkesliv, men också att stimulera deras intellektuella aptit.

Kursen är, liksom IT-programmet självt, ny och undertecknad har varit med under utvecklingen av den. Kursen är uppdelad i sex teman om vardera fyra föreläsningar med tillhörande övningar och laborationer. För att motivera eleverna är den första föreläsningen i varje tema en s.k. temaföreläsning där en inbjuden talare beskriver något eller några problemområden där man arbetar med hjälp av den teori som sedan täcks upp av de följande tre föreläsningarna.

Jag har hand om del 1 av kursen, som omfattar logik och mängdlära, funktioner och relationer, heltalsaritmetik och diskret sannolikhets teori.

Kursen gavs under läsperiod 1 ht 01 för första gången. Det stora problemet vid detta första tillfälle var att eleverna helt enkelt lärde sig för lite; tentaresultatet var uppseendeväckande dåligt. Tentan var av typen "standardtenta" i matematik, dvs med ett antal renodlade teoriuppgifter av reproducerande art samt ett antal tillämpade uppgifter av olika svårighetsgrad. De förmågor som testades kan nog sägas vara ganska ytliga, dvs man kunde klara sig bra genom memorering av text och metoder snarare än genom att ha en djupare förståelse. Det är fara värt att resultatet hade blivit ännu sämre om frågorna hade varit av mer holistisk karaktär.

2 Förslag till åtgärder

Till viss del kan det klena resultatet varit orsakat av organisatoriska problem för den nystartade IT-sektionen, men det fanns ändå en hel del förändringar som jag ville göra:

- Temaföreläsningarna ska absolut vara kvar; de behövs som motivationsskapare. Dock bör schemat utvidgas så att dessa inte inkräktar lika mycket på tiden till övrig undervisning. Detta kommer inte att förorsaka någon överlastning i schemat; under läsår 1 har IT-studenterna gott om icke schemalagd tid.
- Laborationerna: Antingen måste Matlab bytas ut eller så måste uppgifterna göras om. Detta på grund av att själva programmeringen i Matlab upplevs som så besvärlig att det matematiska innehållet i uppgifterna helt kommer i skymundan.
- Kursinnehållet ändras en aning och stuvas om i följande ordning:
 1. Logik och mängdlära.
 2. Matematiska bevis, induktion och heltalsaritmetik.
 3. Grafer och sannolikhetssteori.

och ändringen består i att sannolikhetssteorin blir kraftigt förenklad och rent diskret. Det skulle vara bra om man också kunde införa funktionsbegreppet mellan punkt 2 och 3. Detta borde vara genomförbart tack vare sparad tid i sannolikhetssteorin och via det utökade schemat. Tanken bakom den föreslagna ordningen är att det är i denna ordning som teorin byggs upp, dvs man kan då genomföra undervisningen utan att behöva använda några nämnvärda fakta som "tas för givna" istället för att förankras i teorin.

- Övningarna: Övningar i smågrupper (4 elever/grupp) införs. Varje vecka pekas tre uppgifter ut som "gruppuppgifter". Eleverna kryssar för sig på en lista för de gruppuppgifter de löst. Övningshandledaren väljer för varje uppgift ut någon i gruppen som satt upp sig på denna uppgift och ber denna student att redogöra för lösningen. Den elev som kryssat för minst 75 procent av gruppuppgifterna får bonuspoäng på tentan. Dessa övningar syftar till att eleverna ska få chansen att vänja sig vid att tillämpa kursens metoder.

Vidare vill jag ha med någon eller några omgångar inlämningsuppgifter som om de löses korrekt ska kunna ge ytterligare bonuspoäng. Dessa uppgifter bör sträva till att tvinga eleverna till en holistisk studieinriktning och tvinga dem att uppfatta vilka delar av kursen som är de kritiska delarna, de delar som man ska sträva efter ha med sig in i framtiden (något som traditionella övningsuppgifter i matematik alltför sällan gör). En i lärarkretsar välkänd "sanning" är att det bästa sättet att lära sig en kurs är att undervisa den. Min tanke är att man här låter studenterna anta lärarrollen. Mer

precist kan man låta inlämningsuppgifterna bestå av att eleverna själva konstruerar och löser uppgifter, gärna av teoretisk natur.

Det kan tyckas överambitiöst med så mycket påtvingad studentaktivitet under kursens gång, men kursen ligger parallellt med en programmeringskurs (Java) som "stjäl" mycket av studenternas uppmärksamhet genom sina ständigt pågående projekt. För att matematiken i det läget ska kunna hävda sig måste den också påkalla uppmärksamhet på ett handfast sätt.

- Litteratur: Det verkar vara väldigt svårt att få tag på lämplig kurslitteratur i Diskret matematik, framförallt om man vill ha en bok på svenska. Därför är det mitt mål att skriva ett kompendium som kan användas redan kommande höst. (Om detta lyckas blir får det också den bieffekten att litteraturen betydligt billigare för studenterna vilket skapar ekonomiskt utrymme för dem att istället köpa manualen i Matlab eller den programvara som ska användas.)
- Examination: Den slutliga examinationen kommer fortfarande att bestå av en skriftlig individuell examen, men eftersom det kommer att finnas en del bonuspoäng att samla för den som engagerar sig under kursens gång kommer tonvikten delvis att flyttas från detta enda tillfälle till hela kursperioden. Tentafrågornas karaktär bör också delvis ändras så att åtminstone en del av dem är av mer principiell och resonerande art för att på så sätt testa förståelse snarare än rent atomistisk kunskap. Teorifrågor som efterfrågar ren bevisreproduktion bör också undvikas.

3 Utförda åtgärder och resultat

Jag redovisar här hur de tänkta åtgärderna verkligen implementerades och vilka omedelbara resultat detta gav. En djupare analys av resultaten följer sedan i nästa avsnitt. Jag följer samma uppräkningsordning som i föregående avsnitt:

- Schemat utökades med två föreläsningstimmar varannan vecka så att temaföreläsningarna kunde vara kvar utan att inkräkta på tiden till övrig undervisning, precis som önskat. Resultatet blev också det önskade: Undervisningen kändes åtminstone för egen del betydligt mindre stressad. Jag gissar att en student som hade varit med vid båda tillfällena kursen givits skulle instämma i detta, men detta går naturligtvis inte att bekräfta då det inte fanns några sådana elever. Det blev också tid över till att behandla funktions- och relationsbegreppen, vilket kändes tillfredsställande eftersom dessa på ett naturligt hör hemma ganska tidigt i en kurs som denna.
- Eftersom Matlab utgör en mycket naturlig del av del 2 av kursen, beslöts att Matlab skulle vara kvar som bas för laborationerna. Åtgärderna blev att ge mer detaljerade instruktioner och tips till uppgifterna, dels att reducera antalet uppgifter. Resultatet

blev delvis det önskade: Eleverna klarade uppgifterna bättre än året innan och fick mer tid över till teoretiska uppgifter. Å andra sidan var det fortfarande väldigt många studenter som upplevde Matlab som svårt och att det skymde sikten för matematiken bakom. Dessutom var det många elever som efterhand bestämde sig för att ta mycket lätt på denna kursdel eftersom den till skillnad från andra moment inte gav några bonuspoäng på tentan. Sammantaget fungerar detta moment i kursen fortfarande på ett otillfredsställande sätt.

- Kursinnehållet stuvades om exakt enligt den tänkta ordningen. Dessutom blev det, som tidigare nämnts, tid över till att få in ett avsnitt om funktioner och relationer. Det kändes som om att denna ordning är den naturliga för att presentera kursinnehållet och jag finner inte anledning att överväga ytterligare förändringar på denna punkt inför kommande år.
- Gruppuppgifterna genomfördes så som det var tänkt, med det enda undantaget att grupperna på grund av det stora överintaget på IT-programmet fick bestå av fem elever per grupp. Resultatet var gott; endast ett fåtal elever avstod från att delta i detta moment och de allra flesta som deltog samlade också ihop till de fyra bonuspoäng som man kunde erhålla om man klarade minst 15 av kursens 21 gruppuppgifter.

Momentet där elever själva konstruerade och löste sina egna uppgifter genomförde också som planerat. Momentet genomfördes gruppvis i samma grupper som arbetade med gruppuppgifterna. Jag samlade in tre omgångar om vardera två uppgifter och betygsatte dessa på en skala 1-5 där aspekter som uppgifternas korrekthet och djup vägdes in liksom helt enkelt hur mycket jag "tände till" på dem. Uppgifternas kvalitet blev överlag bättre än jag från början väntat mig. Samtliga grupper deltog i detta moment och de flesta grupper samlade ihop tre eller fyra av de maximalt fyra bonuspoäng man kunde få. Någon enstaka grupp fick bara ihop två bonuspoäng.

- Precis som det var tänkt författade jag ett för kursen skraddarsytt kompendium som också användes som kurslitteratur. Intrycket av detta var övervägande positivt; kompendiet verkade vara mer lättläst för studenterna än boken som användes året innan, inte minst på grund av att kompendiet är på svenska och mer välstrukturerat i förhållande till kursen.
- Examinationen bestod av en skriftlig tenta om max 50 poäng, där betygsgränserna var 25, 35 respektive 45 poäng för betyg 3, 4 respektive 5. Som framgår ovan kunde den ambitiöse eleven samla på sig totalt max 8 bonuspoäng genom aktivt deltagande i kursens aktiviteter. Eftersom tentans betygsgränser är 5 poäng högre än vad som är normalt för en tenta i en kurs i matematik utan bonuspoäng, ansåg jag att dessa gränser på ett väl avvägt sätt gör kursens olika moment till en blandning av morot och piska.

Eleverna presterade mycket bra på tentan: Bland de 85 elever som skrev tentan var det 9 stycken som fick betyget 5, 29 stycken som fick 4, 36 stycken som fick 3 och 11

stycken som var underkända. Andelen godkända elever var alltså 87 procent. Detta kan jämföras med året innan då 60 procent blev godkända och detta först efter en sänkning av betygsgränserna.

4 Utvärdering

Man kan säga att mitt pedagogiska förändringsarbete med Matematik IT-kursen har bestått av tre huvudpunkter och ett antal mindre justeringar. De tre huvudpunkterna menar jag är

1. införandet av gruppuppgifter,
2. införandet av egenkonstruerade uppgifter,
3. konstruktionen av det nya kompendiet.

Jag har valt att koncentrera utvärderingen till dessa tre punkter. Först vill jag dock reflektera en aning kring punkterna.

Gruppuppgifter av nämnd form infördes i matematikundervisningen på Chalmers 1992 av Carl-Henrik Fant som var och är verksam på matematiska institutionen. Detta skedde som led i ett matematikprojekt vid Chalmers 1989-1992 som finansierades av Grundutbildningsrådet. De första kurser där detta moment användes var förstaårskurser på M-programmet, men momentet har sedan dess använts på åtskilliga matematikkurser och av flera olika lärare på både Chalmers och Göteborgs universitet med övervägande gott resultat.

Egenkonstruerade uppgifter har jag faktiskt inte lyckats hitta några referenser till, trots både letande på internet och sonderingar med både matematiker, pedagoger och andra lärare. Jag vet att moment av detta slag använts i matematikundervisning på lågstadiet, men det kan knappast jämföras med detta. Möjligen är detta att betrakta som en "pedagogisk originalidé", men jag är alltför bristfälligt bevandrad i ämnet för att våga göra anspråk på detta. Grundtanken bakom idén är som tidigare nämnts att tvinga in eleverna i den roll som kräver djupast möjliga förståelse, nämligen lärarrollen. Om man kan lyckas med detta lyckas man ge eleverna en djup och troligen tämligen bestående kunskap att ha med sig för att möta en i huvudsak okänd framtid, något som man i Bowden och Marton (1999) hårt driver som ett kriterium för önskvärt lärande och som jag själv instämmer i. Man lyckas samtidigt undvika den teknifiering som man lätt kan råka ut för när man försöker styra studenter till ett mer holistiskt lärande och som beskrivs i Marton et al (2001), detta genom att man överhuvudtaget inte ger studenterna några instruktioner om vad de

ska koncentrera sig på samtidigt som de inte klarar att lösa sin uppgift utan att förstå innehållet grundligt.

Att författa ett kompendium när den litteratur som står till buds inte på ett tillfredsställande sätt passar den kurs man ska ge, är något som ett oräkneligt antal andra lärare gjort före mig, så det finns knappast skäl för någon historisk reflektion kring detta.

Utvärderingen av de tre huvudmomenten består framförallt två punkter; resultatet på tentamen och en enkät som de 20 arbetsgrupperna (dvs de grupper man arbetat i när man löst gruppuppgifter och konstruerat egna uppgifter) fyllt i gruppvis. Jag har naturligtvis också diskuterat undervisningen med kursens övningshandledare, men dessa har egentligen inte mynnat ut i annat än ett konstaterande att undervisningen har "flutit på bra".

Jag vill betrakta tentaresultatet som det huvudsakliga kvittot på hur väl saker och ting har gått; det var ju trots allt dåliga resultat året innan som var kursens största problem. Resultatet har redan nämnts; endast 13 procent av de som skrev var underkända. Detta resultat måste betraktas som mycket bra. Det finns naturligtvis osäkerheter i en observation av detta slag; tentan kan ha varit ovanligt lätt och det kan ha funnits en stämning i studentgruppen som befrämjar flitigt studerande och en sådan stämning kanske inte alls har med undervisningen att göra utan kommer av att det råkar finnas ett antal individer som katalyserar den. Jag tror möjligen att tentan kan ha varit en aning lättare än föregående år, men alls inte tillräckligt för att förklara ett så mycket bättre resultat. Detta bekräfts också en aning av att de två elever som började på IT-programmet året innan som gick upp på denna tenta som omtenta, blev långt ifrån godkända. Vad det gäller den studiebefrämjande stämningen i gruppen tror jag att den till viss del mycket riktigt förklaras av faktorer som ligger utanför undervisningens påverkan. Å andra sidan tror jag att undervisning som starkt uppmuntrar till idog aktivitet redan från läsvecka 1 i så fall hjälper till att befästa sådan stämning.

Sammanfattningsvis menar jag alltså att tentamensresultatet verkligen var mycket bra. Av detta kan man dra slutsatsen att undervisningens samlade effekt var god och att kursmoment som tvingar fram tidig aktivitet verkar vara något att satsa på. Det är dock svårt att dra några slutsatser om enskilda kursmoment. För att klara detta kommer enkäten väl till pass. Enkäten fokuserade på just de tre huvudmomenten ovan. Den bestod av tre påståenden om vart och ett av de tre momenten och grupperna fick enas om i vilken grad de höll med om eller tog avstånd ifrån påståendena. Man fick också möjlighet att lämna övriga kommentarer kring de olika momenten. Genom att låta enkäten besvaras gruppvis lyckades jag få in svar från samtliga arbetsgrupper och därmed undvika problem med svarsbortfall. Enkäten såg ut på följande sätt. De olika talen under varje svarsalternativ anger hur många av de 20 grupperna som angav detta alternativ.

Gruppvis enkät för Matematik IT, del 1, ht 2002

Nedan följer ett antal påståenden som berör vissa moment i kursen. För en kort diskussion inom er grupp för att sedan enas om i vilken utsträckning ni håller med om eller tar avstånd ifrån dessa påståenden.

Kompendiet

1. Kompendiets teoretiska delar är välskrivna, välorganiserade och så lättbegripliga man kan begära av en matematisk text.

Håller helt med Håller delvis med Tar delvis avstånd ifrån Tar helt avstånd ifrån

1

7

10

2

2. Exempelen i kompendiet är lagom många och illustrerar teorin väl.

Håller helt med Håller delvis med Tar delvis avstånd ifrån Tar helt avstånd ifrån

3

9

7

1

3. Övningarna i kompendiet är tillräckligt många och fungerar väl för träning av teorin.

Håller helt med Håller delvis med Tar delvis avstånd ifrån Tar helt avstånd ifrån

2

6

8

4

4. Eventuella övriga kommentarer om kompendiet:

Kryssuppgifterna

1. Kryssuppgifter med bonuspoäng av den typ vi arbetat med på kursen är en bra morot/piska för att redan på ett tidigt stadium komma igång med det för kursen nödvändiga arbetet.

Håller helt med Håller delvis med Tar delvis avstånd ifrån Tar helt avstånd ifrån

18

2

0

0

2. Vi har lärt oss mycket av kryssuppgifterna.

Håller helt med	Håller delvis med	Tar delvis avstånd ifrån	Tar helt avstånd ifrån
12	8	0	0

3. Kryssuppgifterna var väl valda.

Håller helt med	Håller delvis med	Tar delvis avstånd ifrån	Tar helt avstånd ifrån
7	13	0	0

4. Eventuella övriga kommentarer kring kryssuppgifterna:

De egenkonstruerade uppgifterna.

1. Att arbeta med att konstruera egna uppgifter tvingade fram en djupare och bättre förståelse av kursinnehållet.

Håller helt med	Håller delvis med	Tar delvis avstånd ifrån	Tar helt avstånd ifrån
9	9	1	1

2. Diskussionerna inom gruppen i samband med arbetet med att konstruera egna uppgifter var stimulerande och bidrog till en bättre förståelse av kursinnehållet.

Håller helt med	Håller delvis med	Tar delvis avstånd ifrån	Tar helt avstånd ifrån
5	9	2	4

3. Efter att ha konstruerat egna uppgifter känner jag att jag skulle ha bättre självförtroende i en framtida situation där mina kunskaper från kursen efterfrågas.

Håller helt med	Håller delvis med	Tar delvis avstånd ifrån	Tar helt avstånd ifrån
4	9	6	1

4. Eventuella övriga kommentarer kring de egenkonstruerade uppgifterna:

Man ser snabbt att bedömningen av kompendiet är på sin höjd medelgod. Studenterna tycks vara ganska väl tillfreds med exemplen, mer missnöjda med texten och övningarna. Här ska man dock hålla i minnet att det rör sig om en inledande högskolekurs i matematik och att det som regel gäller att kurslitteraturen vid en sådan kurs får mycket dåligt betyg av studenterna. Detta förklaras förmodligen delvis av att den allmänna stress man känner när man blir överrumplad av hur mycket svårare matematiken är på högskolan än på gymnasiet. Med detta i åtanke bedömer jag utvärderingen av kompendiet som i själva verket ganska bra och att det är värt att lägga kraft på en vidareutveckling. Här bör naturligtvis studenternas kommentarer ge en del vägledning. Man efterlyser bland annat en bättre layout med fler bilder, index, ett fylligare facit, fler övningar och exempel av "medelsvår art och en tydligare tyngd på de viktigaste delarna. Vidareutvecklingsarbetet är redan påbörjat och bland framtidsplanerna finns en möjlig sammanslagning med ett kompendium som använts i några år i en kurs på D-linjen med flera gemensamma inslag. Detta kompendium är gjort av Stefan Lemurell, matematik, som är mycket positiv till denna tanke.

Gruppuppgifterna tycks ses som mycket eller ganska bra av alla grupper ur alla synvinklar. Detta är inte oväntat eftersom denna typ av uppgifter använts tidigare i andra utbildningsprogram med gott resultat. Det är dock intressant att notera att man inte är lika översvallande (om än mycket nöjd) i sin bedömning av hur välvalda uppgifterna var. En observation som jag själv och de andra övningshandledarna gjort är också att det uppstår en stark fokusering på just gruppuppgifterna på bekostnad av andra övningsuppgifter, något som är naturligt i jakten på bonuspoäng. Om man summerar dessa observationer blir det min slutsats att gruppuppgifter är ett mycket bra moment under förutsättning att man väljer uppgifterna med stor omsorg så att de verkligen är representativa för kursen. Även elevernas kommentarer faller in under denna slutsats.

Reaktionerna inför de egenkonstruerade uppgifterna var övervägande positiva. Framförallt höll de flesta grupperna helt eller delvis med om att detta moment tvingar fram en djupare förståelse av kursinnehållet. Redan detta leder till slutsatsen att denna form av övningar är något att försöka vidareutveckla. En majoritet av grupperna instämmer åtminstone delvis i att diskussionerna inom gruppen i samband med konstruerandet av uppgifter bidrog till den bättre förståelsen. Tyvärr är det dock ett antal grupper som tycker att gruppdynamiken inte fungerat väl. Några grupper framför som kritik att deras grupp splittrats så ena halvan av gruppen gjorde hälften av uppgifterna och den andra halvan den andra hälften. Förmodligen är detta ett socialt problem snarare än ett undervisningsproblem och därmed svåråtgärdat från lärarhåll. En idé kan vara att istället för att följa den slumpmässiga indelningen i faddergrupper, göra en indelning efter resultatet på introduktionskursen. Man skulle då kunna bilda ett antal grupper med endast starka elever ett antal grupper med enbart svagare elever samt ett antal blandade grupper. Man skulle då kunna hoppas på vilken form av grupper som fungerar bäst, dels för de starkare

eleverna, dels för de svagare.

Viss kritik framfördes mot att riktlinjerna inför egenkonstruktion av uppgifter var alltför otydliga. Detta är korrekt kritik och bristen beror naturligtvis på att undertecknad själv inte hade någon tidigare erfarenhet och inte heller hittat erfarenhet på annat håll. Detta problem kommer lätt att kunna åtgärdas inför kommande år med hjälp av detta års erfarenheter. Ett annat problem som skulle kunna uppstå i framtiden är att när alltför många årgångar på ett program har konstruerat egna uppgifter så kommer de nya studenterna att "låna" från sina äldre föregångare. Mitt intryck från det första året är dock att eleverna inte varit intresserade av att fuska; jag har inte funnit några som helst skäl att tro att någon grupp har plankat uppgifter från någon bok i ämnet, vilket vore lätt att göra för den som vill fuska. Jag tror alltså att detta problem inte kommer att bli svårhanterat.

5 Summering

Sammanfattningsvis gäller att samtliga huvudmoment i utvecklingen av kursen fungerat väl och förtjänar att få leva vidare och utvecklas. Vissa av dem vill jag också ta med mig in i andra kurser i grundutbildningen. Det ska bli mycket intressant att se hur nästa års kurs kommer att fungera. Jag hoppas naturligtvis på att få en bekräftelse på vad jag observerat i år.

Det som fortfarande är ett problem för kursen är inslaget av Matlab. Studenterna har fortfarande så svårt för själva programkoden att matematiken bakom kommer i skymundan. En tanke är att skjuta upp introduktionen av Matlab till läsvecka 5 och 6 för att sedan arbeta mer intensivt med det. Tanken här är att det ska vara lättare att börja med Matlab när man vant sig vid programmering i allmänhet från den parallella programmeringskursen. Dessutom är Matlab inte ett naturligt verktyg i kursens första delar, men man vill ändå inte avstå helt från det, då man i del 2 av kursen i högsta grad kommer att finna naturliga tillämpningar. Precis som Matlabinslaget ska se ut i framtiden får diskuteras mellan lärarna för del 1 och del 2 av kursen.

Referenser

1. John Bowden and Ference Marton, "The University of Learning," Kogan Page, 1998.
2. Stefan Lemurell, "En introduktion till den diskreta matematiken," kompendium, Chalmers tekniska högskola, 2002.
3. Ference Marton, Lars Owe Dahlgren, Lennart Svensson och Roger Säljö, "Inlärning och omvärldsuppfattning," andra upplagan, Prisma, 2001.