The new Pattes pysselhörna, del II

Patte

January 16, 1996

Introduktion

Vi byter nu problemområde, och studerar komplexitet i kombinatorisk optimering.

Frågor

Vi betraktar två relaterade problem, det kapaciterade lokaliseringsproblemet, [KLP], och det binära kappsäcksproblemet, [BKP].

Antag att det finns m möjliga platser att lokalisera fabriker. Byggs fabrik i uppstår en fix kostnad på c_i kronor, och dess kapacitet är k_i enheter av den produkt som tillverkas. Av den aktuella varan finns en efterfrågan; sammanlagt n kunder har en efterfrågan på vardera d_j enheter $(j = 1, \ldots, n)$. Kostnaden att transportera en enhet av varan från fabrik i till kund j är t_{ij} kronor. Med variabeldefinitionen

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{om fabrik } i \text{ lokaliseras,} \\ 0, & \text{annars,} \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, m,$$

och

$$\begin{aligned} y_{ij} \quad = \quad & \text{antalet enheter som transporteras från fabrik } i \text{ till kund } j; \\ & i = 1, \ldots, m; \ j = 1, \ldots, n, \end{aligned}$$

kan det *kapaciterade lokaliseringsproblemet* formuleras enligt:

[KLP]

$$
\begin{aligned}
z^* = \quad \min \quad & f(x,y) = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_{ij} \\
\text{då} \quad & \sum_{i=1}^{m} y_{ij} = d_j, \qquad && j = 1,\ldots,n, \\
& \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \le k_i x_i, \quad i = 1,\ldots,m, \\
& x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1,\ldots,m, \\
& y_{ij} \ge 0, \qquad i = 1,\ldots,m, && j = 1,\ldots,n.
\end{aligned}
$$

Det *binära kappsäcksproblemet* är enligt följande:

[BKP]

$$
\begin{aligned}
z^* = \quad \min \quad & f(x) = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i \\
\text{då} \quad & \sum_{i=1}^{m} a_i x_i \ge b, \\
& x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1,\ldots,m.
\end{aligned}
$$

Samtliga ingående konstanter i [KLP] och [BKP] antas vara positiva heltal.

Fråga 1.
Visa att [BKP] är ett specialfall av [KLP], dvs. att varje instans av [BKP] kan lösas som en instans av [KLP].

Fråga 2.
Vilken konsekvens har detta för komplexiteten hos [KLP]?

Slutord

Preliminärt har mötet då dessa frågor diskuteras bestämts till 31/1 klockan 12.05; lokal: Magnus och Stefans rum.

Lycka till!