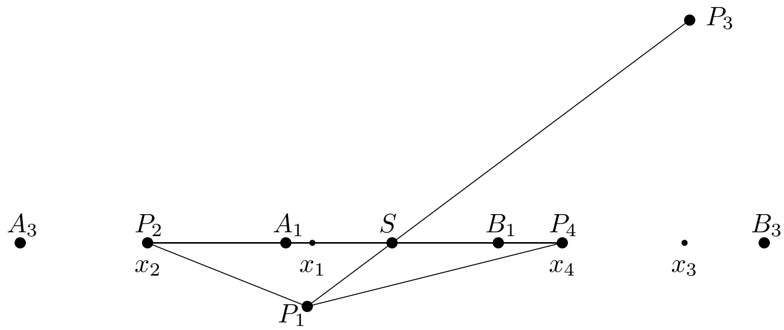
Lösning till problem september 2000

Antag att sträckan P_1P_3 skär sträckan P_2P_4 i punkten S. Placera längs linjen P_2P_4 en tallinje så att P_2 får koordinaten x_2 och P_4 får koordinaten x_4. Konstruera på linjen P_2P_4 punkterna A_1, A_3, B_1 och B_3 så att $|A_1S| = |B_1S| = |P_1S|$, $|A_3S| = |B_3S| = |P_3S|$ med A_1 och A_3 på samma sida om linjen P_1P_3 som punkten P_2 och B_1 och B_3 på andra sidan linjen.



Nu är enligt triangelolikheten

$$|P_2B_1| = |P_2S| + |SB_1| = |P_2S| + |SP_1| > |P_2P_1|$$

och

$$|P_4A_1| = |P_4S| + |SA_1| = |P_4S| + |SP_1| > |P_4P_1|.$$

Den punkt på tallinjen vars koordinat är x_1 måste då ligga strikt mellan A_1 och B_1. Analogt ligger den punkt vars koordinat är x_3 strikt mellan A_3 och B_3. Men då är $|x_1 - x_3| < |A_1B_3| = |P_1P_3|$, vilket är en motsägelse.