Lösning till problemet december 2004

Sätt $m = \min\{a_n\ ;\ 1 \leq n \leq 2003\}$. Antag att $m = a_k$ för något k med $1 < k < 2003$. Då är $a_k \leq a_{k-1}$ och $a_k \leq a_{k+1}$. Addition av dessa olikheter ger $2a_k \leq a_{k-1} + a_{k+1}$, vilket strider mot villkor ii). Alltså är $k = 1$ eller $k = 2003$. Om $k = 1$ ger de två villkoren $a_1 \leq a_2 = a_0 + a_2 < 2a_1$, varav $a_1 > 0$. Om $k = 2003$ ger analoga räkningar $a_{2003} \leq a_{2002} = a_{2002} + a_{2004} < 2a_{2003}$ och $a_{2003} > 0$. För $1 \leq n \leq 2003$ är alltså $a_n \geq \min\limits_{1 \leq j \leq 2003} a_j > 0$.

Svar: Talen a_n med $1 \leq n \leq 2003$ är positiva