Lösning till problemet oktober 2004

Av relationen $2a^2 = m = 3b^3$ (och det faktum att 2 och 3 är relativt prima) följer att $a = 3c$ är en multipel av 3 och $b = 2d$ en multipel av 2. Insättning ger $2 \cdot 9c^2 = 3 \cdot 8d^3$ eller $3c^2 = 2^2 d^3$. Härav följer att $d = 3e$ är en multipel av 3. Insatt ger detta relationen $3c^2 = 2^2 \cdot 27e^3$ eller $c^2 = 2^2 3^2 e^3$ som ger $c = 6f$, dvs $f^2 = e^3$. Härav följer att varje primfaktor i primfaktorframställningen av f har en udda exponent, dvs. f är en jämn kub $f = g^3$. Alltså har m formen $m = 2a^2 = 2 \cdot 3^2 c^2 = 2 \cdot 3^2 \cdot 6^2 f^2 = 2^3 3^4 g^6$.
Å andra sida har alla naturliga tal av formen $m = 2^3 3^4 g^6$, $g = 0, 1, \ldots$ de sökta egenskaperna.

Svar: $m = 648g^6$, $g = 0, 1, \ldots$