Lösning till problemet oktober 2005

En metod är att räkna alla val där produkten *inte* är delbar med 4. Då finns två fall. Antingen kan man välja ut tre av de 10 udda talen mellan 1 och 20, vilket kan göras på $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$ sätt, eller välja ett av de fem talen $2, 6, 10, 14, 18$ mellan 1 och 20, som är delbara med 2 men inte med 4 och sedan komplettera detta valet med två udda faktorer. Detta går att göra på $5 \cdot \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 225$ sätt. Antalet möjliga produkter är $\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1140$. Antalet produkter delbara med 4 är alltså $1140 - 120 - 225 = 795$.

Det går också att direkt bestämma antalet produkter delbara med 4. Man kan välja ett, två eller tre bland talen $4, 8, 12, 16, 20$ och komplettera med två, ett respektive inget av de 15 återstående talen. Detta går att göra på

$$5 \cdot \frac{15 \cdot 14}{1 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 15 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 685$$

olika sätt. Så kan man också välja två eller tre av talen $2, 6, 10, 14, 18$ och komplettera med ett respektive inget udda tal. Detta går att göra på

$$\frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 10 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 110$$

olika sätt.

Svar: 795 olika sätt