MATEMATIK H00
GU/CTH

Inledning till algebraisk geometri
Övningar och inlämningsuppgifter V 47

Övningar

1. Låt k våra en kropp av karakteristik $p > 0$ med algebraisk avslutning K och låt Frobeniusavbildningen $F\colon \mathbb{A}^n_K \to A^n_K$ vara definierad genom $F(x_1, \ldots, x_n) = (x_1^p, \ldots, x_n^p)$. Visa att F är reguljär och bijektiv, men inte en isomorfism.

2. Beskriv den reguljära avbildningen $f\colon \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$, $F(x, y) = (x, xy)$ geometriskt. Bestäm $f^{-1}(C)$, där C är kurvan $V(x^p - y^q)$, $p, q > 1$.

3. Reid 4.2, 4.3, 4.5, 4.7, 4.10, 4.11, 4.12.

Inlämningsuppgifter, att lämnas in 2000-11-28.

1. Reid 4.4.

2. Reid 4.9.

3. Betrakta verkan av $\mathbb{Z}_2 = \{\pm 1\}$ på $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$, given genom $\varepsilon\colon (x, y) \mapsto (-x, -y)$. Låt $V = \mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}/\mathbb{Z}_2$ vara kvoten. Definiera $\mathbb{C}[V]$ som $\mathbb{C}[x, y]^{\mathbb{Z}_2}$, algebran av $\mathbb{Z}_2$-invarianta polynom, d v s $p(-x, -y) = p(x, y)$. Visa att V är en affin varietet enligt definition 4.6 (S 71). Ledning: hitta ett generatorsystem för algebran.