Inledning till algebraisk geometri

Övningar och inlämningsuppgifter V 48

Övningar

1. Låt

$$J = (X^2 + Y^2 + Z^2, XY + XZ + YZ) \subset \mathbb{C}[X, Y, Z] .$$

Beräkna $V(J)$ i $\mathbb{P}^2_{\mathbb{C}}$ och bestäm $I(V(J))$.

2. Visa att kurvan $C = V(X^3 - ZY^2) \subset \mathbb{P}^2_k$, där k är en algebraiskt sluten kropp, är birationell med P^1_k. Betrakta affina delen $U_0 = \{Z \neq 0\}$. Är koordinatringarna av den affina kurvan $C \cap U_0$ och $\mathbb{A}^1$ isomorfa? Finns det en affin karta U_1 sådan att $C \cap U_1$ har koordinatring isomorf med $k[t]$?

3. Visa att kurvorna $C_1 = V(ZY^2 - X^3 + XZ^2)$ och $C_2 = V(X^3Z - Y^2Z^2 + X^2Y^2)$ i planet är birationella (ledning: standard Cremona transformation). Beskriv singulariteterna.

4. Reid 5.2, 5.4, 5.5, 5.6, 5.8, 5.10, 5.13.

5. Reid 6.5, 6.6.

Inlämningsuppgifter, att lämnas in 2000-12-05.

1. Låt $k = \mathbb{Z}_2$ våra kroppen med två element. Betrakta $V(x^2 + yz) \subset \mathbb{A}^3_k$ och bestäm $I(V(x^2 + yz)) \subset \mathbb{Z}_2[x, y, z]$. Betrakta $V(X^2 + YZ) \subset \mathbb{P}^2_k$ och bestäm det homogena idealet $J(V(X^2 + YZ)) \subset \mathbb{Z}_2[X, Y, Z]$.

2. Reid 5.2.

3. Reid 6.7